<36635622120016

<36635622120016

Bayer. Staatsbibliothek

3651 Bibl. Mont -1 1

# Lehrbuch
der
# Arithmetik
zum
## Gebrauche in den Schulen
und
## zum Selbstunterrichte,
von
Johann von Gott Bundschue,
Professor der Mathematik und der Naturwissenschaften an dem königlich baierischen Gymnasium zu Kempten.

## Erster Theil,

welcher das Numeriren, und die vier Rechnungs-arten mit ganzen unbenannnten und benannten Zahlen enthält.

Kempten, 1813.
gedruckt und im Verlag bey Dannheimer.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Seiner

Hochwohlgeborn

dem

Königlich Baierischen

Kreis- Schul- und Studien-Rathe

zu Kempten,

Herrn

# Franz Joseph Müller

als

# Denkmal

vorzüglichster Verehrung

der Verfasser.

# Vorrede.

Ich habe sowohl dem Wunsche des dießortigen königlich baierischen Studien-Rectorates, als auch jenem sämmtlicher Herren Professoren der hiesigen königlichen Studienschule dadurch Genüge geleistet, daß ich gegenwärtige Schrift verfaßte, welche bereits hier in der Unter- und Ober-Primärklasse, wie auch in dem Progymnasium und in der Realschule als Lehrbuch eingeführt worden ist.

Die eben erwähnten Herren Professoren der Studienschule haben mir zugleich, und vorzüglich Herr Professor Cammerer, bey den über den Zweck und die Einrichtung dieses Werkes gepflogenen Verabredungen ihre Ansichten und Bemerkungen auf die freundschaftlichste Weise mitgetheilet, und mir dadurch das mühsame Geschäft, ein brauchbares Lehrbuch zu verfassen, nicht wenig erleichtert; weßwegen ich hiermit denselben für ihre thätige Unterstützung den verbindlichsten Dank abstatte.

Was den Umfang und die Grenzen dieses Werkes betrifft, so nahm ich eben jene Theile der Mathematik in dasselbe auf, die nach dem aller-

höchsten allgemeinen Normativ der Einrichtung der öffentlichen Unterrichts-Anstalten in dem Königreiche Baiern an den königlichen Studienschulen vorzutragen sind.

Dabey habe ich das ganze Werk in Berücksichtigung der allerhöchsten allgemeinen Erinnerungen und Beschlüsse, ddto München den 31. Jäner 1813, in drey Theile getheilt, und eine solche Einreihung der einzelnen mathematischen Zweige getroffen, daß der erste und zweyte Theil in der Unter- und Ober-Primärklasse, und der dritte in der Secundärschule passend als Leitfaden beym mathematischen Unterrichte benützt werden kann; indem die beiden ersten Theile zusammen das Numeriren, und die vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen sammt den nöthigen Anwendungen derselben auf die genannten oder concreten Zahlen, und die Aufgaben der so genannten Regeldetri enthalten, und im dritten Theile die Decimal- und Sexagesimal-Brüche, die ersten Elemente der Buchstaben-Rechnung, und die Progressionen vorkommen, während in demselben zugleich gezeigt wird, wie in Zahlen die Quadrat- und Kubikwurzeln ausgezogen werden.

Weil sich das Gymnasium unmittelbar an die Studienschule anschließt, und ich nach der nämlichen Methode in den vier Gymnasialklassen den Unterricht in der Mathematik fortsetze, so wird nun in diesem Gegenstande durch Einführung des gegenwärtigen Lehrbuches an der dießortigen königlichen Studien-Anstalt in Gemäßheit der allerhöchsten Vorschriften, ddto München den 25. July 1810, ein regelmäßiges Fortschreiten von

Klasse zu Klasse, und ein durchgängig zusammenhängender Stufengang des Unterrichtes eingehalten.

Um überflüssige Wiederholungen zu vermeiden, und ein geordnetes Ganzes herzustellen, habe ich die drey Theile dieses Werkes so mit einander in Verbindung gesetzt, daß beym öffentlichen Unterrichte die beiden folgenden Theile nicht wohl benützt werden können, wenn nicht schon vorhin mit den nämlichen Schülern der erste Theil, welcher die Grundlage der gesammten Arithmetik enthält, abgehandelt worden ist.

Beym mathematischen Unterrichte, welcher in den Studienschulen ertheilet wird, kann die Uebung des wissenschaftlichen Denkens bey den Schülern keineswegs zur Aufgabe gemacht werden; um deswillen trennte ich die Rechnung mit Buchstaben von jener mit Ziffern, und behandelte in den beiden ersten Theilen, und zum Theile auch in dem dritten nur die Rechnungsarten ganzer und gebrochener Größen, in so ferne sie mit Ziffern ausgedrückt werden.

Ich schickte jeder einzelnen Abhandlung durch die gegebenen Erklärungen die benöthigten Begriffe voraus, die von einem solchen Belange sind, daß die Schüler ohne dieselben weder die aufgestellten Regeln auffassen, noch sich dem vorliegenden Zwecke gemäß die gehörige Fertigkeit in den ersten arithmetischen und algebraischen Verrichtungen eigen machen können.

Auf die vier Grund-Rechnungsarten werden in der Arithmetik alle nachherigen Veränderungen

zurückgeführet; es ist bey diesen letzteren unaufhörlich von Addition, Subtraction, Multiplication und Division, von Summe, Rest, Product ꝛc. die Rede. Wenn nun dem Schüler beym Elementar-Unterrichte diese Begriffe nicht beygebracht werden, so kann man nicht erwarten, daß er in der Folge Fortschritte machen werde.

Die Regeln, die als allgemein giltige Vorschriften genau bestimmen, wie man, um gewiße Resultate zu erhalten, bey jedem Beyspiele zu verfahren habe, stellte ich ausführlich für die vorkommenden verschiedenen Fälle dar. Weil aber die bloße Angabe der Regeln nicht zureichend ist, so fügte ich denselben jederzeit ein Beyspiel bey, welches ich dann Schritt vor Schritt nach den vorangeschickten Regeln ausarbeitete, um dem Schüler genau den Weg zu bezeichnen, den er bey Anwendung der aufgestellten Regeln zu betreten hat. In der Schule läßt der Lehrer die vorgelegten Aufgaben nach seiner Ansicht auflösen, und sagt dem Schüler mündlich, was er alles zu thun, und zu beobachten habe, um zum vorgesteckten Ziele zu gelangen. Da es sich aber nicht erwarten läßt, daß der Schüler zu Hause das alles noch wisse, was ihm beym öffentlichen Unterrichte vorgesagt wurde, so hat er bey seinen häuslichen Beschäftigungen durch die ausführlich ausgearbeiteten Beyspiele die Regeln auch so, wie sie wirklich schon in Anwendung gebracht worden sind, und zugleich eine bestimmte Norm vor sich, wie er die Sache anzugehen habe, wenn er die nämlichen Regeln bey anderen Beyspielen in Anwendung bringen will.

Die Beweise und Grundsätze habe ich sowohl

für den Lehrer, und diejenigen, welchen das Buch zum Selbstunterrichte bestimmt ist, als auch für die Schüler ausgesetzt, indem dieselben ohne Algebra geführt werden, und deßhalb leicht verstanden werden können. Damit man alle vorgelegten Rechnungsaufgaben auflösen kann, muß man von den aufgestellten Regeln und Vorschriften eine sichere und deutliche Kenntniß haben, welches Letztere nur dann Statt finden kann, wenn man selbst schon beym Elementarunterrichte einigermaßen die Gründe des Verfahrens, in so ferne es in der gemeinen Arithmetik geschehen kann, einzusehen lernet; während dann in der Folge den Schülern am Gymnasium auch die wissenschaftlichen Gründe beygebracht werden, um sie an ein gründliches, und consequentes Denken zu gewöhnen.

Ich habe deßwegen mehrentheils sowohl die Beweise, als auch die vorangeschickten Grundsätze, und einige Bemerkungen, die ich der gehörigen Ordnung und Consequenz wegen für nöthig erachtete, in eigenen §§. ausgesetzt, und denselben jenen Platz angewiesen, der ihnen vermöge ihres Inhaltes zukömmt, damit man das, was entweder nur für den Lehrer gehört, oder aber beym ersten Unterrichte für manche Schüler zu schwer seyn dürfte, überschlagen, und das Benöthigte beym zweyten oder dritten Nachholen in dem gehörigen Zusammenhange mit dem, was schon abgehandelt worden ist, nachtragen kann.

Die am Ende der vorkommenden Abschnitte angeführten Fragen, und beygesetzten nicht aufgelösten Beyspiele dienen zur Wiederholung, und Uebung, um sowohl dasjenige dem Gedächtnisse der

Schüler auf eine bleibende Weise einzuprägen, was in den vorangehenden §§. gesagt worden ist, als auch dadurch den Schülern Gelegenheit zu verschaffen, sich selbst in Betreff des Erlernten mündlich und schriftlich auszudrücken, und dasselbe in mehreren Beyspielen in Anwendung zu bringen.

Ich bearbeitete dieses Werk, und vorzüglich die beiden ersten Theile desselben, um zugleich dem Wunsche mehrerer königlich baierischen Districts-Schul-Inspectionen des Illerkreises, und jenem des hiesigen königlichen Herrn Schulkommissärs und Professors Jäger zu entsprechen, nicht nur zum Gebrauche in den Schulen, sondern auch zum Selbstunterrichte, namentlich für Schul- und Privat-Lehrer; weßwegen manches ausführlicher, als es ohne dieses nöthig gewesen wäre, dargestellt werden mußte.

Zieht man in Erwägung, daß meine Tendenz dahin gerichtet war, sowohl den eben erwähnten Zweck zu erreichen, als auch für den Lehrer und Schüler ein brauchbares Werk zu verfassen, so wird man mich mit Grund deßwegen keiner überflüssigen Weitläufigkeit beschuldigen können, weil sich in diesem Buche manches vorfindet, was von dem Schüler, und nicht von dem Lehrer, und wieder manches, was von dem Lehrer, und nicht von dem Schüler, benützt werden kann.

Zum Behufe des Addirens, Subtrahirens ꝛc. mit ganzen unbenannten Zahlen schickte ich einige Tabellen voran, und verlangte, daß man sie die Schüler auswendig lernen lassen solle.

Dieses ist aber keineswegs so zu verstehen, als wenn damit, daß die Schüler diese Tabellen im

Gedächtnisse haben, schon alles ausgerichtet wäre. Der Schüler muß das Gelernte recht wissen, und davon eine deutliche Vorstellung, und sichere Kenntniß besitzen.

Um deswillen fügte ich auch gleich die Bemerkung bey, daß der Lehrer darauf Rücksicht nehmen solle, die bey den ersten Zahlen vorkommenden Acte der Addition, Subtraction, Multiplication und Division zu versinnlichen, und mittels gewißer Versinnlichungsmitteln, etwa durch körperliche Gegenstände, oder aber durch gewiße an die Tafel hingeschriebene Zeichen, anschaulich zu machen; indem ohne dieses der Schüler die verlangten Resultate bloß hersagen würde, ohne das Gesagte auch zu verstehen, und deutlich einzusehen, daß z. B. 6 und 9 zur Summe 15, oder aber 6 mit 4 multiplicirt zum Producte wirklich 24 geben müsse.

Ich habe zu diesem Zwecke in den beiden am Ende des I. Hauptstückes I. Theiles angeführten Bemerkungen genau bestimmt, ob und in wie ferne die Versinnlichung, und auf welche Art, und Weise dieselbe beym Unterrichte in der Arithmetik zweckmäßig bewerkstelliget werden könne.

Daß alle Erkenntniß des Menschen vom Sinnlichen, folglich von der Anschauung ausgehe, und die Natur somit diese Anschauung als die Urform der Ausbildung des menschlichen Geistes bestimmt habe, ist von jeher in der Pädagogik als wahr, und richtig anerkannt worden. — Auch ist es eine ausgemachte Sache, daß, wenn der Unterricht faßlich und deutlich seyn soll, das Allgemeine immerhin im Besondern nachgewiesen, und in Bey-

spielen und einzelnen Fällen erläutert, und anschaulich gemacht werden müsse.

Indessen hat aber auch die Versinnlichung ihre Grenzen, die von dem Lehrer nicht überschritten werden dürfen.

Nur beym allerersten Unterrichte, der in dem Rechnen z. B. in den deutschen Schulen ertheilt wird, soll die in den erwähnten Bemerkungen angezeigte Versinnlichungs-Methode in Anwendung gebracht werden.

Sind aber einmal die ersten Elemente dem Schüler auf die geeignete Weise beygebracht worden, so besteht dann das ganze Geschäft des folgenden Unterrichtes darin, daß die Sache durchgehends auf Erklärungen und allgemein giltige Vorschriften zurückgeführet wird, um so dem Schüler in der Arithmetik die gehörigen Kenntnisse beyzubringen, und denselben mit jenen Veränderungen vertraut zu machen, die ihm zum weitern Fortschreiten in dieser Wissenschaft unentbehrlich sind.

Ich nahm in dieses Buch weder das Kopfrechnen, noch auch jene practischen Kunstgriffe auf, durch die man in diesem oder jenem individuellen Falle geschwinder, als nach den gewöhnlichen Regeln, das verlangte Resultat findet. Es ist dem Lehrer überlassen, beym mündlichen Vortrage die Schüler in dieser Hinsicht auf das aufmerksam zu machen, was er für förderlich, und sachdienlich hält.

Im I. Theile führte ich, bevor ich zu den vier Rechnungsarten mit den benannten oder concreten Zahlen übergieng, mehrere Tabellen hinsichtlich der baierischen Maaße, Gewichte, und der vorzüglichsten

Münzen des Inn- und Auslandes an, und schaltete zugleich an den gehörigen Stellen die hierüber ergangenen allerhöchsten königlichen Verordnungen ein.

In den ersten 9 Bogen des I. Theiles, wie auch in den 3 ersten Bogen des II. Theiles mußte die Addition durch dieses Zeichen †, und die Multiplication durch dieses X ausgedrückt werden. Hingegen aber in den folgenden Bogen findet man die eigentlichen mathematischen Zeichen, für die Addition nämlich dieses +, und für die Multiplication dieses Zeichen ×.

Bey Verfassung dieses Werkes benützte ich nebst den mathematischen Schriften von Vega, Lorenz, Kiesewetter, Prändel, Weigl etc. vorzüglich das schätzbare Lehrbuch des Herrn geistlichen Rathes und Professors Magold, womit mich mein vortrefflicher Lehrer, der königl. baierische Herr Hofrath und dermalige Professor der Mathematik, Physik und Naturgeschichte an dem Lyceum zu Salzburg, Doctor Ferdinand Mahir bekannt machte, als ich das Glück hatte, zwey Jahre hindurch seinen öffentlichen mathematischen Vorlesungen an dem Lyceum zu Dillingen beyzuwohnen.

Ich kann nicht umhin, dem eben erwähnten königlichen Herrn Hofrathe bey dieser Veranlassung öffentlich meinen verbindlichsten innigsten Dank für alles mir Erwiesene abzustatten. Daß so bald meine Wünsche in Erfüllung giengen, und ich beynahe unmittelbar nach den vollendeten philosophischen und theologischen Studien zum öffentlichen Lehramte an einem Gymnasialinstitute gelangte,

habe ich im hohen Grade seiner thätigen Unterstützung zu verdanken. Ich hatte bey ihm während seines vierjährigen Aufenthaltes zu Dillingen außer dem öffentlichen Unterrichte zu jeder Stunde des Tages freyen Zutritt, um mich, wo ich einige Zweifel hatte, über die etwas schwereren Zweige der höheren Mathematik noch besonders belehren zu lassen; ich durfte ihm vertrauensvollst alle meine Wünsche, die er jederzeit auf das Kräftigste unterstützte, vorbringen, und mich bey ihm in allen nur immer vorkommenden Angelegenheiten Rathes erholen. Derselbe ist demnach in Dillingen nicht bloß mein Lehrer, er ist auch, woran ich mich, so lange ich lebe, dankbarst erinnern werde, zugleich mein wahrer Freund gewesen.

Kempten den 14. März 1813.

Professor Bundschue.

# Inhalt.

## Einleitung.

Vorläufige Erklärungen, Grundsätze ꝛc. §. 1. bis §. 10.

## I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und den vier Rechnungsarten ganzer unbenannter, und solcher benannter Zahlen, wo nur Einheiten einer und der nämlichen Benennung vorkommen.

### I. Abschnitt.

Vom Numeriren . . . . §. 11. — §. 23.

### II. Abschnitt.

Von der Zusammenzählung — Addition.

I. Erklärungen und Grundsätze . . §. 24. — §. 25.
II. Regeln der Addition, wenn nur 2 Summanden vorkommen . . . . . §. 26. — §. 27.
III. Regeln dee Addition, wenn mehrere Summanden vorkommen . . . . . . . §. 28.
IV. Anwendung, und Beweis der aufgestellten Regeln §. 29.—§. 30.
V. Wiederholung in Fragen, und Beyspiele zur Uebung . . . . . . §. 31. — 32.

### III. Abschnitt.

Von der Abziehung — Subtraction.

I. Erklärungen und Grundsätze . . §. 33. — §. 34.
II. Regeln der Subtraction . . §. 35. — §. 37.
III. Anwendung und Beweis dieser Regeln §. 38. — §. 39.
IV. Bemerkung, jede Probe betreffend . . §. 40.
V. Zweyfache Probe der Subtraction . . . §. 41.
VI. Zweyfache Probe der Addition . . . §. 42.
VII. Wiederholung in Fragen, und Beyspiele zur Uebung . . . . . . . §. 43. — §. 44.

### IV. Abschnitt.

Von der Vermehrung — Multiplication.

I. Erklärungen und Grundsätze . . §. 45. — §. 46.
II. Regeln, Beweise ꝛc. für die Multiplication, wenn beide Factoren nur aus einem, oder aber aus mehreren Ziffern bestehen . . . . §. 47. — §. 52.
III. Erleichterung des Multiplicirens, wenn die Factoren am Ende und in der Mitte Nullen haben §. 53. — §. 56.
IV. Regel der Multiplication, wenn mehr als 2 Factoren vorkommen . . . . . . . §. 57.
V. Probe der Multiplication durch Subtraction . §. 58.
VI. Wiederholung in Fragen, und Beyspiele zur Uebung . . . . . . §. 59. — §. 60.

### V. Abschnitt.

Von der Theilung — Division.

I. Erklärungen, und Grundsätze . . §. 61. — §. 62.
II. Lehrsätze, Regeln und Beweise in Absicht auf die Division, wenn der Dividend und Divisor nur aus einem, oder aber aus mehreren Ziffern bestehet §. 63. — §. 70.
III. Erleichterung des Dividirens, wenn der Dividend und Divisor am Ende Nullen hat . §. 71. — 73.
IV. Probe der Division durch Division und Multiplication, und umgekehrt Probe der Multiplication durch Division . . . . §. 74. — §. 75.
V. Wiederholung in Fragen und Beyspiele §. 76. — §. 77.

## II. Hauptstück.

Vom Reduciren, und den 4 Rechnungsarten mit ganzen Zahlen von verschiedener Benennung.

### I. Abschnitt.

Vom Reduciren.

I. Erklärungen . . . . . . . §. 78.
II. Die vorzüglich beym baierischen Maaße, Gewichte rc. vorkommenden Reductionszahlen
a) Vom Längenmaaße . . . . . . §. 79.
b) Vom Flächenmaaße . . . . . . §. 80.
c) Vom Körpermaaße . . . . . . §. 81.
d) Vom baier. Getränkmaaße . . . . . §. 82.
e) Vom baier. Getraide-, Mehl- und Kalk-Maaße §. 83.
f) Vom Papiermaaße . . . . . . §. 84.
g) Vom baier. Gewichte . . . . . . §. 85.
h) Vom Maaße der Kreisbögen, oder Eintheilung der Kreislinie §. 86.
i) Vom Zeitmaaße . . . . . . . §. 87.
k) Von verschiedenen Münzen . . . . . §. 88.
III. Die einfache und zusammengesetzte Reduction niederer Einheiten auf höhere, und umgekehrt §. 89. — §. 92.
IV. Wiederholung in Fragen, und Beyspiele §. 93. — §. 94.

### II. Abschnitt.

Die 4 Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

I. Bemerkung die in diesem Hauptstücke vorkommenden Grundsätze, Beweise rc. betreffend . . . §. 95.
II. Die Addition mit ganzen benannten Zahlen §. 96. — §. 97.
III. Die Subtraction mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung . §. 98. — §. 99.
Probe dieser Addition, und Subtraction . . . §. 100.
IV. Die Multiplication mit ganzen Zahlen von verschiedener Benennung . . §. 101. — §. 104.
V. Die Division mit solchen Zahlen §. 105. — §. 108.
Probe dieser Multiplication, und Division §. 109. — §. 110.
Bemerkung, die Multiplication und Division ganzer benannter Zahlen betreffend . . . . . . §. 111.
VI. Wiederholung in Fragen, und Beyspiele §. 112. — §. 113.

# Einleitung.

## Vorläufige Begriffe.

### §. 1.

### Einheit.

Wenn die Rede ist von einem einzigen Gulden, von einer einzigen Person, so bezeichnet man dadurch, daß man sagt: ein Gulden, eine Person rc. nur ein einziges Ding, welches daher eine Einheit seiner Art ist, und in der Vorstellung, wodurch dieses allein — ohne alle Verbindung mit andern seines Gleichen dargestellte Ding gedacht wird, ist jede Wiederholung — oftmalige Setzung des nämlichen Dinges ausgeschlossen.

Es weiß aber jeder, da der Begriff von Eins — mithin auch der der Einheit von der ersten Kindheit an eingeprägt wird, schon zum voraus besser, was es sagen will „ein Gulden, eine Person, nur ein Haus rc.,“ als es mit Worten erklärt werden kann. Wo nur ein Einziges ist, da sind nicht zugleich mehrere Dinge der nämlichen Art, die Einheit in diesem Sinne schließt die Vielheit aus.

### §. 2.

### Vielheit — Zahl — Größe.

a) Die Wiederholung — mehrmalige Setzung des nämlichen Dinges giebt die Vielheit, in wie ferne man nämlich nur auf die Anzahl der nämlichen

Dinge sieht; weßhalb die Zahl — ein Inbegriff von Einheiten ist, und immerhin anzeigt, wie viel Dinge der nämlichen Art da sind, oder gedacht werden müssen; so z. B. wenn ich sage „sechs Gulden," so drücke ich eine Zahl von Gulden aus, da hier der Gulden — mehrmal genommen — die benannte Zahl von 6 Gulden giebt.

b) Dem Gesagten gemäß heißt nun Zählen ebensoviel, als angeben, und bestimmen, wie viel Dinge der nämlichen Art und Beschaffenheit vorhanden sind; solche Dinge werden dann, in wie ferne man nur auf jenes sieht, was sie mit einander gemein haben, gleichartige Dinge genannt.

c) Die Dinge heißen einerley, wenn in dem einen alles, was in dem andern ist, verschieden, wenn in dem einen etwas ist, was in dem andern nicht ist.

d) Ein Ding, in wie ferne es ein gleichartiges Mannigfaltiges, oder Quantität hat, heißt eine Größe (Quantum).

e) Wird die Größe eines Dinges durch ein ihm gleichartiges bestimmt, so muß dieses letztere schon zum voraus bekannt und gegeben seyn, um untersuchen zu können, wie oft dieses gesetzt werden muß, um jenes, das nun eine gezählte Größe heißt, zu erhalten.

f) Gezählte Größen werden bloße Zahlen genannt, wenn man von der Beschaffenheit der vorhandenen Dinge abstrahirt, und nur auf die Anzahl dieser letztern sieht.

g) Eine Größe heißt stetig — fließend (Quantum continuum), wenn das Gleichartige in ihr so zusammenhängt, daß das Aufhören des einen zugleich der Anfang des andern ist; z. B. die Zeit, wo das Ende der vergangenen zugleich der Anfang der zukünftigen ist. Dißcret (Quantitas discreta) nennt man eine Größe, wenn das Mannigfaltige abgesondert ist, . B. ein Haufen Waizenkörner.

## §. 3.

### Primitive, höhere Einheit.

Höhere Einheit wird jene genannt, die mehrere andere Einheiten in sich begreift; — niedere Einheit heißt jene, die mehrmal genommen die höhere Einheit giebt; — die primitive, gleichsam erste, wird jene genannt, die aus keiner andern entstanden ist, mithin nicht als Inbegriff niederer Einheiten betrachtet wird; z. B. „ein Gulden, ein Kreutzer ꝛc.“ sind höhere Einheiten, weil der Gulden sechszig Kreutzer, und dieser acht Häller hat; — eben so „eine Million, ein Tausend, ein Hundert ꝛc.“ sind höhere Einheiten, weil eine Million mehrere Tausende, ein Tausend mehrere Hunderte, ein Hundert ꝛc. mehrere Zehner hat. —

Im Gegentheile aber die Zahl „1,“ ferner ein Häller ꝛc. sind primitive Einheiten, wenn man sie nicht mehr in ihre Theile auflöset, und sie somit nicht mehr als ein Vielfaches einer andern Einheit betrachtet.

## §. 4.

### Ganze, gebrochene Zahlen.

Eine Größe heißt eine ganze Zahl, wenn man sie als Inbegriff mehrerer Einheiten, mithin als ein Ganzes betrachtet; so sind z. B. ein Gulden, ein Kreutzer ꝛc. ganze Zahlen.

Drückt aber eine Größe nur einen, oder mehrere Theile einer andern Größe, mithin nicht das Ganze davon aus, so ist es eine gebrochene Zahl; z B. ein halber Gulden ist eine gebrochene Zahl, weil hier nur ein Theil des Guldens, also nicht der ganze Gulden selbst, ausgedrückt ist.

## §. 5.

### Mathematik.

Die Wissenschaft sowohl der discreten, als auch der stetigen Größen (§. 2.) heißt Mathematik —

Größen-Lehre (μαθημα, μαθησισ — scientia quantorum).

Gegenstände der Mathematik sind demnach die Zahlen, ferner die im Raume ausgedehnten Größen, als Linien, Flächen, Körper, und überhaupt alle jene Dinge, die man als Größen betrachten, und die sich wie immer durch Zahlen vorstellen, oder bestimmen lassen, z. B. Entfernungen, Zeiten, Gewichte ꝛc.

## §. 6.

## Arithmetik und Geometrie.

Die Mathematik zerfällt in 2 Theile — in die Arithmetik, und in die Geometrie; weil die Größen zweyerley Art, entweder dißcret, oder aber stetig (§. 2.) seyn können.

Die Wissenschaft der dißcreten gezählten Größen, welche aus abgesonderten — durch eigene Grenzen bestimmten Theilen bestehen, und bey denen bloß die vorhandene Anzahl — die Menge untersucht wird, heißt Arithmetik, oder Zahlen-Lehre (ἀριθμὸσ, numerus).

Die Arithmetik ist dem zufolge die Wissenschaft der Zahlen, und gezählter Größen, und wird auch allgemeine Größen-Lehre (Mathesis universalis) genannt, weil auch stetige Größen gemessen, und somit in Zahlen ausgedrückt werden können.

Geometrie (γεωμετρὶα, terrae mensura) heißt man die Wissenschaft der stetigen ausgedehnten Größen.

## §. 7.

## Ziffern- und Buchstaben-Rechnung.

Die Zahlen, welche die Menge der vorhandenen Einheiten ausdrücken, bezeichnet man mit gewissen Zeichen, um nicht immer in die Nothwendigkeit versetzt zu seyn, dieselben mit Worten aussprechen, und schreiben zu müssen.

Diese Zeichen sind nun entweder der Art, daß jedes an und für sich seiner ursprünglichen Einführung gemäß einen bestimmten bleibenden Werth hat, oder aber so beschaffen, daß man ihnen bey jeder Aufgabe einen beliebigen Werth beylegen kann; erstere ist die besondere — die gemeine Arithmetik, — die Ziffern-Rechnung, weil die Zeichen von einem bestimmten Werthe, als 1, 2, 4 ꝛc. Ziffern heißen; — letztere Rechnung aber ist die allgemeine Arithmetik — die Buchstaben-Rechnung, welche auch Algebra genannt wird; weil man dazu die Buchstaben nimmt, die an und für sich keine bestimmten Zahlen ausdrücken.

Beyde, die gemeine Arithmetik und Algebra geben Regeln an die Hand, wodurch man in den Stand versetzt wird, gewisse Berechnungen anzustellen, um aus gegebenen Zahlen andere unbekannte Zahlen zu finden. —

Sie unterscheiden sich aber dadurch, daß bey der Ziffern-Rechnung nur besondere Aufgaben vorkommen; wo hingegen in der Algebra die Buchstaben als allgemein giltige Ausdrücke alle möglichen Zahlen darstellen können, wodurch dann Auflösungen gemacht werden, die auf alle einzelne — zur vorliegenden Aufgabe gehörigen Fälle anzuwenden sind; — ein Vortheil, den die gemeine Arithmetik nicht darbietet, da sie ihre Regeln, wenn sie allgemein giltige Vorschriften seyn sollen, aus der Algebra entlehnen, und erst durch diese ihre volle Begründung erhalten muß.

## §. 8.

## Einige beym mathematischen Vortrage immer vorkommende Ausdrücke.

1) Eine Erklärung (vom lateinischen Substantiv „definitio" auch Definition genannt) ist eine deutliche, ausführliche und präcise Darstellung des Begriffes einer Sache.

Wenn man von einer Sache reden, und sich dabey bestimmter Ausdrücke bedienen will, so muß

man genau angeben, was denn eigentlich die Sache, und was unter diesem, oder jenem Worte zu verstehen ist, und zugleich muß man sich immerhin des nämlichen Wortes in der einmal festgesetzten Bedeutung bedienen.

Die Erklärungen — Definitionen — müssen jederzeit vorangeschickt werden, damit man dadurch gleich zum voraus die Grenzen desjenigen Gegenstandes genau bestimmt, den man abzuhandeln gedenket, und Lehrer und Schüler mit dem nämlichen Worte jederzeit auch den nämlichen Begriff verbinden. Wenn ich z. B. die Eigenschaften des Dreyecks aufzählen, und also vom Dreyecke reden will, so bestimme ich durch die Erklärung, was für eine Figur unter dem Ausdrucke „Dreyeck" zu verstehen sey; wie nun in der Folge von der nämlichen Figur die Rede ist, so bediene ich mich auch des nämlichen — nun schon bekannten Ausdruckes „Dreyeck."

Kommen Wörter vor, die eine mehrfache Bedeutung haben, so muß es, um aller Verwirrung vorzubeugen, ebenfalls bemerkt werden, daß nun hier das Wort in diesem und nicht in dem vorigen Sinne zu nehmen sey.

2) Ein Grundsatz (Axioma) ist ein Satz, dessen Wahrheit schon einleuchtet, sobald man nur den Sinn desselben gefaßt hat; z. B. „das Ganze ist eben so groß, wie alle seine Theile zusammen genommen."

Die Grundsätze bedürfen keines Beweises, da ihre Wahrheit schon an und für sich einleuchtend ist; man heißt sie deßwegen Grundsätze, weil sie bey den Beweisen für die Wahrheit anderer Sätze zum Grunde gelegt werden.

3) Ein Lehrsatz (Theorema) ist ein Satz, dessen Wahrheit, man man auch die Worte versteht, nicht sogleich eingesehen wird, und also aus andern Wahrheiten abzuleiten ist; — z. B. im Dreyecke haben alle 3 Winkel zusammen 180 Grade; wenn ich auch weiß, was ein geradlinigtes Dreyeck, was ein Winkel, und was ein Grad ist, so sehe ich doch gleich unmittelbar nicht ein, warum die 3 Winkel zusammen ge-

nommen nicht mehr, und nicht weniger, als 180 Grade halten können, die Wahrheit dieses Satzes muß also bewiesen werden.

Etwas beweisen, oder demonstriren (vom lateinischen Verbum „demonstro“) heißt aber ebensoviel, als zeigen, und aus Grundsätzen, oder andern schon als wahr erwiesenen Sätzen darthun, daß dasjenige wirklich wahr und richtig sey, was durch den Lehrsatz ausgesprochen ist.

Weßhalb der Beweis nichts anderes ist, als die Darstellung der Wahrheit eines Satzes aus andern schon bekannten Wahrheiten.

Ein Beweis wird direct, oder indirect — apogogisch genannt, je nachdem er die Richtigkeit des Satzes geradezu zeigt, oder aber die Unmöglichkeit des Gegentheiles darthut.

4) Ein Postulat — Foderung (Postulatum) ist ein Satz, der etwas zu bewerkstelligen verlangt, wo aber die Möglichkeit, und Richtigkeit des Verfahrens von selbst einleuchtet; z. B. man soll zwischen zwey Puncten eine gerade Linie ziehen.

5) Eine Aufgabe (Problema) wird ein Satz genannt, der ebenfalls etwas zu bewerkstelligen verlangt, wo aber die Verfahrungs-Weise mittels bestimmter Regeln anzugeben ist. Aey den Aufgaben muß zugleich auch die Richtigkeit der Auflösung durch einen Beweis dargethan werden; z. B. man soll mehrere Zahlen in eine Summe bringen. Um diese Aufgabe aufzulösen, muß man die Regeln des Verfahrens wissen, und zugleich dann beweisen können, daß die verlangte Summe wirklich gefunden worden sey.

6) Zusatz (Corollarium) heißt ein Satz, der aus einem andern unmittelbar, oder durch einen leichten Schluß hervorgeht; z. B. wenn ich einmal weiß, daß die 3 Winkel eines Dreyecks 180 Grade haben, so folgt nun daraus unmittelbar, daß die 2 spitzigen Winkel im rechtwinklichten Dreyecke 90 Grade haben, weil der rechte Winkel auch 90 Grade hat, und zweymal 90 zur Summe 180 giebt; ein solcher Satz wird nun Zusatz genannt.

7) Lehnsätze (Lemmata) sind Sätze, die aus dem Gebiete anderer Wissenschaften entlehnt, oder aber aus Erfahrung als wahr angenommen werden, die man also bloß benützt, ohne ihre Wahrheit zeigen zu wollen; z. B. ein Stein legt im freyen Falle in der ersten Secunde beynahe 15 Pariser Fuß, in der zweyten 45 rc. zurück; die Wahrheit davon ist aus Erfahrung dargethan, und dient, ohne eines weitern Beweises zu bedürfen, zur Auflösung einiger arithmetischen Aufgaben.

8) Endlich Anmerkungen (Scholia) werden jene Sätze genannt, die zur Erläuterung, Anwendung rc. des Vorhergehenden beygesetzt werden, und mithin im strengen Sinne keinen Bestandtheil des Ganzen ausmachen.

## § 9.

## Einige mathematische Zeichen.

Damit man die Sache nicht immerhin mit Worten ausdrücken muß, hat man in der Mathematik einige Zeichen eingeführet, wodurch dann gewisse Größen-Verhältnisse, und vorzunehmende Veränderungen auf eine kurze und einfache Weise bezeichnet werden.

1) Das Zeichen der Zusammenzählung ist dieses (†); es wird gelesen mit „und“ bisweilen auch mit „plus (mehr)“; z. B. „5 † 4“ heißt: 5 und 4, oder 5 plus 4.

2) Das Zeichen der Gleichheit (signum aequalitatis) ist dieses (=), und wird gelesen „gleich, oder äqual“, es drückt aus, daß die linksstehenden Größen zusammen genommen eben so viel ausmachen, wie die rechtsstehenden; z. B. 3 † 4 = 7; d. h. 3 und 4 ist eben so viel, wie 7, oder: 3 und 4 geben 7.

3) Die Ungleichheit drückt dieses Zeichen (<) dergestalt aus, daß die Spitze auf die kleinere, und die Oeffnung auf die größere Größe hinweiset; z. B. 6 < 8 heißt: 6 ist kleiner als 8, und „9 > 4“ heißt: 9 ist größer als 4. Die übrigen Zeichen werden am gehörigen Orte erklärt werden.

## §. 10.

## Einige Grundsätze der Mathematik.

1) Jede Größe ist sich selbst gleich, oder A = A; z. B. 8 = 8.

2) Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich; z. B. 12 ist ebensoviel, als 8 und 4.

3) Das Ganze ist größer, als ein, oder nur einige Theile desselben; z. B. ein Gulden ist mehr, als ein halber Gulden, oder 1 fl. > $\frac{1}{2}$ fl.

4) Zwey Größen, die einer dritten gleich, sind auch unter sich gleich; d. i. wenn A = B; A = C, so ist auch B = C; z. B. 6 = 5 † 1; 6 = 4 † 2, also ist auch 5 † 1 = 4 † 2.

5) Was größer ist, als eine von zwey gleichen Größen, ist auch größer, als die andere; wenn A > B, und B = C, so ist A > C; z. B. 8 > 6, und 6 = 4 † 2, also ist auch 8 > 4 † 2.

6) Was kleiner ist, als eine von zwey gleichen Größen, ist auch kleiner, als die andere; d. i. wenn A < B, B = C, so ist A < C; z. B. 9 < 12; 12 = 8 † 4, also ist auch 9 < 8 † 4.

7) Was größer ist, als die größere von zwey ungleichen Zahlen, ist auch größer als die kleinere, d. i. wenn A > B; B > C, so ist auch A > C; z. B. 8 > 7, 7 > 4, also ist auch 8 > 4.

8) Was kleiner ist, als die kleinere von zweyen ungleichen Zahlen, ist auch kleiner, als die größere; wenn A < B; B < C, so ist auch A < C; 3 < 4, 4 < 5, also ist auch 3 < 5.

9) Gleiches auf gleiche Art verändert giebt wieder Gleiches; hingegen Gleiches auf ungleiche Art, oder Ungleiches auf gleiche Art verändert, giebt Ungleiches.

10) Anstatt des Gleichen kann man Gleiches setzen.

# I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und den vier Rechnungsarten ganzer unbenannter, und solcher benannter Zahlen, wo nur Einheiten einer und der nämlichen Benennung vorkommen.

## I. Abschnitt.

## Vom Numeriren.

### §. 11.

### Vom Zählen.

Wir zählen im gemeinen Leben nach der uns von Jugend auf bekannten Art von eins bis zehen, und die Größe dieser Zahl „zehen", so wie einer jeden der vorhergehenden „neun, acht, sieben ꝛc." ist uns sogleich bekannt, sobald wir sie uns denken, oder wir sie aussprechen hören; sodann zählen wir zehen und eins, zehen und zwey, zehen und drey, zehen und vier ꝛc., oder kürzer „eilf, zwölf, dreyzehen, vierzehen ꝛc.", bis wir auf eine Zahl kommen, die zweymal so groß ist, als zehen, und diese nennen wir „zwanzig" ꝛc., dann fangen wir wieder bey eins an und sagen „ein und zwanzig, zwey und zwanzig ꝛc.", bis wir auf eine Zahl kommen, die drey — vier — fünf — sechs — sie-

ben — acht — neunmal so groß ist, als zehen, und nennen sie dann „dreyßig, vierzig, fünfzig, sechszig, siebenzig, achtzig, neunzig; zu neunzig zählen wir dann wieder eins, zwey ꝛc., bis wir eine Zahl erhalten, die zehenmal so groß ist, als zehen, diese heißen wir dann „Hundert.“

Nun zählt man wieder mit eins angefangen, als „Hundert eins (Hundert und eins), Hundert zwey, Hondert drey ꝛc.“, und so erhält man dann zwey Hundert, drey Hundert ꝛc; zehen Hundert heißt man „Tausend“, tausendmal Tausend — eine Million, eine Million Millionen — eine Billion, einen Million Billionen — eine Trillion, eine Million Trillionen, oder zehenmal hundert tausend Trillionen heißt man eine Quatrillion ꝛc. — Auf diese Weise kann das Zählen, und Vergrößern der Zahlen immer forgesetzt werden; zu jeder gegebenen noch so großen Zahl kann ich immer wieder neue Einheiten hinzusetzen, und der dadurch größer gewordenen Zahl eine neue Benennung geben; um deswillen sagt man, das Vergrößern der Zahlen, und das Zählen könne ins Unendliche fortgesetzt werden, indem unendlich eben das genannt wird, was keine Grenzen hat, und somit immer fortgesetzt werden kann.

## §. 12.

## Verschiedene Bezeichnungs-Arten der Zahlen.

Einige Völker, als die Phönizier, Hebräer ꝛc. haben zur Bezeichnung der Zahlen die Buchstaben ihres Aphabets genommen. Auf solche Weise bedienten sich auch die Griechen ihrer Buchstaben, um die Zahlen auszudrücken; da sie aber hiezu sieben und zwanzig Zahlzeichen nöthig hatten, und ihr Alphabet nur vier und zwanzig Buchstaben hat, so schalteten sie, um auszureichen, nach dem ε, wie auch nach dem π und dem ω drey andere Schriftzüge, die man für Buchstaben eines veralteten Alphabets hält, ein; den neun ersten

Buchstaben legten sie die Werthe von eins bis neun bey, mit den folgenden neun bezeichneten sie zehen, zwanzig ꝛc., und mit den letzten neun Buchstaben drückten sie Hundert, zwey Hunderte, drey Hunderte ꝛc. aus; die Tausende, als ein Tausend, zwey Tausende ꝛc. bezeichneten sie nun wieder mit den ersten Buchstaben des Alphabets, machten aber zum Unterschiede unterhalb einen Strich, während sie vorhin die Buchstaben oberhalb mit einem Striche versahen, um dadurch anzuzeigen, daß die Buchstaben als Zahlzeichen da stehen, und also gewisse Zahlen bedeuten; auf solche Weise wird nun nach der Bezeichnungsart der Griechen eins geschrieben mit α′, zwey mit β′, drey mit γ′ ꝛc., ferner zehen mit ι′, zwanzig mit κ′, dreyßig mit λ′ ꝛc., und Hundert mit ρ′, zwey Hunderte mit σ′, endlich Tausend mit ͵α, zwey Tausende mit ͵β ꝛc.; acht Hundert drey und siebenzig schreiben sie demnach mit diesen drey Buchstaben „ωογ′“, und zwey Hundert zwey und dreyßig mit diesen σλβ′ ꝛc., 1812 ͵αωιβ, 1813 ͵αωιγ.

Die Römer wählten einige Buchstaben ihres Alphabets, um damit die Zahlen auszudrücken; sie bezeichneten eins mit I, zwey mtt II, fünf mit V, zehen mit X, fünfzig mit L, Hundert mit C, fünf Hunderte mit D, und Tausend mit dem Buchstaben M.“ Sie zählten die Zahlen dieser Zeichen zusammen, als: II zwey, VII sieben, XXVI sechs und zwanzig ꝛc.; wenn aber ein kleineres links vor einem größeren Zahlzeichen steht, so zieht man das erstere von dem größern ab, als: IV vier, IX neun, XL vierzig ꝛc. Diese Zahlzeichen heißt man römische Ziffern, römische Zahlen. Sie werden noch häufig, zumal bey öffentlichen Aufschriften ꝛc., um Jahreszahlen auszudrücken, in Anwendung gebracht; die Jahreszahl „ein Tausend acht Hundert und dreyzehen“ wird deshalb so geschrieben werden „MDCCCXIII.“

Auch bedient man sich sowohl dieser Zahlzeichen als auch der kleinen und großen lateinischen, und selbst auch der griechischen Buchstaben, wenn man

einzelne Theile einer schriftlichen Abhandlung gerne in einer gewißen Ordnung anführen möchte; um also nicht mit Worten schreiben zu müssen: „Erstens, Zweytens, Drittens, Viertens, Fünftens ꝛc.“, schreibt man kürzer: „I, II, III, IV, V ꝛc.“ oder „A, B, C, D, E ꝛc.“, oder „a, b, c, d, e“, oder endlich: „α, β, γ, δ, ε ꝛc.“

Einige Völker bedienten sich nur der zwey Zahlzeichen „1 und 0“, durch welche sie jede Zahl ausdrückten, indem sie den Werth des Zeichens „1“ (eins) so oft verdoppelten, als es um eine Stelle gegen die Linke zu stehen kam; das Zeichen „0“ (Null) hatte keinen Werth, und diente nur, um die leeren Stellen auszufüllen. Die ersten zehen Zahlen lassen sich dem zufolge auf nachstehende Art darstellen:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Eins | durch | 1 | Sechs | — | 110 |
| Zwey | — | 10 | Sieben | — | 111 |
| Drey | — | 11 | Acht | — | 1000 |
| Vier | — | 100 | Neun | — | 1001 |
| Fünf | — | 101 | Zehen | — | 1010 |

Es bedeutet das Zeichen „1“ an der ersten Stelle, wenn man von der rechten zur linken Seite zählet, eins, an der zweyten — zwey, an der dritten — vier, an der vierten Stelle acht ꝛc. Diese Bezeichnungsart steht der gewöhnlichen weit nach; es kann hier eine größere Zahl nicht leicht überschauet werden, indem man allererst wissen muß, an welchen Stellen das Zeichen „1“ steht, um die Werthe desselben zu wissen, und zusammenzählen zu können; eben so mühsam wäre hier das Anschreiben gegebener Zahlen, da man nur zwey Zeichen hat, und der Werth von „1“ (eins) immerhin nur verdoppelt würde; wo man also dieselben sehr oft wiederholen müßte, um für jede Zahl eine andere Verbindung zu erhalten; z. B. um die Zahl „vier und sechszig“ auszudrücken, müßte man schreiben: „1000000“ ꝛc.

Die gewöhnliche Bezeichnungsart der Zahlen, welche fast bey allen Nationen von jeher üblich war, besteht darin, daß man mit den bekannten

neun Ziffern nebst der Null alle mögliche Zahlen auf eine sehr einfache und leicht begreifliche Weise darstellet.

Diese zehen Zeichen, womit wir die Zahlen bezeichnen, werden, weil wir sie aus Arabien erhalten haben sollen, arabische Ziffern genannt; man liest und schreibt sie folgendermaßen: „1 eins, 2 zwey, 3 drey, 4 vier, 5 fünf, 6 sechs, 7 sieben, 8 acht, 9 neun, 0 Null."

Das letzte Zeichen nennt man um deswillen Null, oder Nichts, weil es an und für sich keine Zahl bezeichnet, wohl aber füllt es die leeren Stellen aus, und bewirkt dadurch, daß die übrigen Ziffern an ihre gehörige Stelle kommen.

## §. 13.
## Der zweyfache Werth der arabischen Ziffern.

Der bleibende Werth, den jedes der eben benannten Zahlziffern an und für sich hat, heißt der natürliche Werth derselben. So bedeutet 2 zufolge des natürlichen Werthes immer zwey, 3 immer drey ꝛc.

Damit man aber mit diesen einzigen zehen Zeichen alle vorkommenden Zahlen auszudrücken im Stande ist, so hat man diesen Ziffern nebst ihrem natürlichen Werthe noch einen neuen Werth beygelegt, welcher von der Stelle, an welcher die Ziffern stehen, erkannt, und eben deßwegen Localwerth — Ortswerth genannt wird, indem das lateinische Substantiv „locus", von welchem der Ausdruck „Localwerth" herkömmt, einen Ort — eine Stelle — bezeichnet.

## §. 14.
## Nähere Bestimmung dieses Orts-Localwerthes.

Um den Localwerth, der aus der Stelle erkannt wird (§. 13.), durch ein allgemeines Gesetz zu bestimmen, ist als Regel angenommen worden:

Jedes folgende Ziffer von der rechten zur linken Seite erhält einen zehenmal größeren Werth, als derjenige ist, den es an der unmittelbar vorhergehenden Stelle hat.

Das Zehenfache von eins ist zehen, das Zehenfache von zehen ist Hundert, das Zehenfache von Hundert ist Tausend ꝛc.; denn zehenmal Hundert ist Tausend, zehenmal zehen heißt man Hundert, und zehenmal eins nennt man zehen. Daher bedeutet z. B. das Ziffer „2" an der ersten Stelle von der rechten zur linken Seite 2 Einer — 2 primitive Einheiten, — an der zweyten Stelle 2 Zehner, an der dritten 2 Hunderte, an der vierten Stelle 2 Tausende ꝛc., somit an der nächstfolgenden Stelle gegen die Linke immer zehenmal mehr, als an der nächstvorhergehenden; — eben darin besteht der Localwerth der arabischen Ziffern.

## §. 15.

## Zahlen-System überhaupt, und insbesondere das Decimal-System.

Zahlen, die nun so nach einem allgemeinen Gesetze geordnet sind, daß immer eine gleich große Anzahl von Einheiten genommen wird, um die nächsthöhere Einheit zu erhalten, nennt man ein Zahlen-System, und zwar das Zehner-System, wenn immer zehen niedere Einheiten zusammen genommen werden, um die nächsthöhere Einheit zu bilden.

Dieses Zehner-System wird vom lateinischen Worte „decem" (zehen) Decimal-System, und vom griechischen Zahlworte „δέκα" (zehen) decadisches System genannt, gleich wie dasjenige Zwölfer-System, oder Duodecimal-System — vom lateinischen Worte „duodecim" (zwölf) genannt würde, bey welchem immer der Inbegriff von zwölf niedern Einheiten die nächst höhere Einheit gäbe. Es leuchtet für sich ein, daß sich auf diese Weise mehrere andere Systeme denken lassen.

## §. 16.

### Benennung der Einheiten verschiedener Ordnung im Decimal-Systeme.

Um auch in der Aussprache die Einheiten verschiedenen Ranges gehörig zu unterscheiden, hat man für sie eigene Benennungen eingeführt, die in Betreff des Decimal-Systemes im §. 11. angeführt wurden; zehen Einer heißt man nämlich einen **Zehner**, zehen Zehner nennt man **Hundert** ꝛc. Hat man z. B. diese Zahl vor sich „7654321", so bezeichnet 1 an der ersten Stelle eins — einen Einer, 2 an der zweyten Stelle 2 Zehner, 3 an der dritten Stelle 3 Hunderte, 4 an der vierten Stelle 4 Tausende, 5 an der fünften Stelle 5 Zehner der Tausende, 6 an der sechsten Stelle 6 Hunderte der Tausende, und 7 an der siebenten Stelle 7 Millionen.

Durch diese eingeführten Benennungen als „Million, Tausend, Hundert ꝛc weiß man bestimmt, an welche Stelle jedes Ziffer zu setzen ist, und findet man mehrere Ziffern nebeneinander geschrieben, so muß man ebenfalls den ihnen zukommenden Localwerth mittels dieser Benennungen auszusprechen wissen.

Trifft man an einigen Stellen Nullen an, so fehlen die dahin gehörigen Einheiten, die also im Aussprechen nicht genannt werden können; im Anschreiben müssen aber nothwendig die Nullen da seyn, um die leeren Stellen auszufüllen, und dadurch die übrigen Ziffern an ihre Stellen setzen zu können (§. 13.); z. B. 2 bedeutet bloß 2 Einer, 20 drückt aus 2 Zehner, und 200 bezeichnet 2 Hunderte ꝛc., weil durch die Nullen das Ziffer 2 an die Stelle der Zehner und Hunderte zu stehen kömmt.

In nachstehender Tabelle kann man mit einem Blicke den Werth der Ziffern, der ihnen vermöge ihrer Stelle zukömmt, übersehen, und sich dadurch die zur Bezeichnung des Local-Werthes beygefügten Benennungen eigen machen.

Ta-

# Tabelle.

Jedes Ziffer bedeutet an der ersten, zweyten ꝛc. Stelle

| Stelle | 27. | 26. | 25. | 24. | 23. | 22. | 21. | 20. | 19. | 18. | 17. | 16. | 15. | 14. | 13. | 12. | 11. | 10. | 9. | 8. | 7. | 6. | 5. | 4. | 3. | 2. | 1. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| und so immer fortgesetzt. | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende | Zehentausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende | Zehentausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende. | Zehentausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderte der Tausende | Zehner der Tausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer |
| | der Quatrillionen | | | der Trillionen | | | | | | der Billionen | | | | | | der Millionen | | | | | | bloße | | | | | |
| Beyspiel. | 4 | 3 | ''''2 | 0 | 0 | 4. | 2 | 5 | '''8 | 0 | 9 | 3. | 7 | 0 | ''6 | 4 | 5 | 0. | 9 | 8 | '7 | 6 | 5 | 4. | 3 | 2 | 1 |
| Von der Rechten zur Linken. | Neunte Klasse. | | | Achte Klasse. | | | Siebente Klasse. | | | Sechste Klasse. | | | Fünfte Klasse. | | | Vierte Klasse. | | | Dritte Klasse. | | | Zweyte Klasse. | | | Erste Klasse. | | |
| Von der Linken zur Rechten. | Erste Klasse. | | | Zweyte Klasse. | | | Dritte Klasse. | | | Vierte Klasse. | | | Fünfte Klasse. | | | Sechste Klasse. | | | Siebente Klasse. | | | Achte Klasse. | | | Neunte Klasse. | | |

## §. 17.

## Jede mit Ziffern bezeichnete Zahl auszusprechen.

Eine Zahl, die mit Ziffern bezeichnet ist, aussprechen heißt eben so viel, als sowohl den natürlichen als auch den Local-Werth der vorstehenden Ziffern mittels der mehrmal erwähnten Benennungen in Worten ausdrücken.

Dieses kann man, wenn der benannte zweyfache Werth der vorkommenden Ziffern bekannt ist.

Den natürlichen Werth erkennt man gleich, sobald man nur die Ziffern vor sich sieht, indem diese aus §. 12. hinlänglich erkannt werden können.

Den Local-Werth erkennt man aber nur aus der Stelle, an welcher die Ziffern stehen (§. 13.).

Weil man aber, zumal bey größern Zahlen, nicht gleich beym ersten Anblicke unterscheiden kann, an welcher Stelle jedes einzelne Ziffer steht, so theilet man zur sichern Bestimmung der Stellen die auszusprechende Zahl zuvor nach folgender Regel in Klassen:

1) Bey der rechten Seite fängt man an, indem man von der rechten zur linken Seite hin jeder Klasse 3 Ziffern giebt, die einzige letzte — linksstehende Klasse darf, wenn nicht mehr 3 Ziffern vorhanden sind, auch 1 oder 2 Ziffern haben.

2) Nach der ersten Klasse macht man unten zwischen das dritte und vierte Ziffer einen Punct (.) zum Zeichen, daß das vierte, fünfte und sechste Ziffer die Einer, Zehner und Hunderte von den Tausenden ausdrücke. — Nach der zweyten Klasse macht man oben zwischen das sechste und siebente Ziffer ein Strichlein (′) zum Zeichen, daß das siebente, achte und neunte Ziffer die Einer, Zehner und Hunderte der Millionen ausdrücke. — Nach der dritten Klasse macht man zwischen das neunte

und zehente Ziffer wieder einen Punct zum Zeichen, daß das zehente, eilfte und zwölfte Ziffer die Einer, Zehner und Hunderte der Tausende von den Millionen bezeichne. — Nach der vierten Klasse macht man zwischen das zwölfte und dreyzehente Ziffer zwey Strichlein ('') zum Zeichen, daß nun die folgenden Ziffern Billionen ausdrücken. — Auf solche Weise wird das Klassificiren — die Eintheilung in Klassen so lange fortgesetzt, bis die ganze Zahl in Klassen eingetheilt worden ist; die Striche wechseln mit den Puncten immer ab; unten macht man durchgehends nur einen Punct, und oben jederzeit so viele Striche, als unten bereits Puncte vorausgehen; deßhalb wächst die Anzahl der Striche immer um eins, und es kömmt oben erstens ein Strich, dann zwey, dann drey ꝛc. (ꝛc. ''' . '' . ' .) zu stehen, die dann gelesen werden: „Millionen ('), Billionen (''), Trillionen ('''), Quatrillionen ('''') ꝛc.“, während man beym Puncte immerhin „Tausend“ sagt.

3) Nun liest man die Zahl, d. h. man spricht sie aus von der linken zur rechten Seite, wobey man nur mehr auf 2 Stücke acht zu geben hat:

Erstens, daß man jede Klasse, die dem Gesagten gemäß nie mehr als 3 Ziffern haben kann, so ausspricht, als stände sie ganz allein da, und

Zweytens, daß man diejenigen Benennungen, durch welche der verschiedene Rang der Einheiten (§. 16.) bezeichnet wird, und die man aus den beygefügten Zeichen (ꝛc. '''' . ''' . '' . ' .) erkennet, nach jeder ausgesprochenen Klasse beysetzet.

Wer demnach eine Zahl von 3 Ziffern aussprechen kann, und die Bedeutung der durch die

Klassification beygesetzten Puncte und Striche weiß, der kann jede noch so große Zahl aussprechen.

§. 18.

Anwendung der eben angeführten Regeln.

Die auszusprechende Zahl besteht entweder aus einer oder aus mehrern Klassen.

A. Hat dieselbe nur eine Klasse, so ist die Klassification ganz überflüssig, da man bey 3 Ziffern gleich unmittelbar ersehen kann, welches Ziffer an der ersten, welches an der zweyten, oder aber an der dritten Stelle steht; wo dann hier noch der dreyfache Fall möglich ist, daß die Zahl nur ein Ziffer, oder 2, oder 3 Ziffern hat.

1) Ist die Zahl nur durch ein einziges Ziffer ausgedrückt, so hat man, da hier nur Einer — die primitiven Einheiten — vorkommen, nach §. 12. bloß den natürlichen Werth des Ziffers auszusprechen; daher werden z. B. die Zahlen "1, 4, 8" gelesen „eins, vier, acht."

2) Besteht die Zahl aus 2 Ziffern, so kann die erste Stelle von der rechten zur linken Seite mit Null (0) besetzt seyn, oder nicht. Im ersten Falle wird nur das zweyte Zahlzeichen — Ziffer — nach seinem natürlichen, und zugleich auch nach seinem Localwerthe gelesen; z. B. die Zahlen „20, 30, 50, 80, 90" werden gelesen: „zwey Zehner, drey Zehner, fünf Zehner, acht Zehner, neun Zehner" (§. 14.), oder kürzer nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche „zwanzig, dreyßig, fünfzig, achtzig, neunzig." — Im zweyten Falle, wenn keine Null (0) vorkömmt, spricht man das erste — rechtsstehende — Ziffer zuerst bloß nach seinem natürlichen Werthe aus, indem es bloße Einer — Einheiten der niedrigsten Ordnung — vorstellet; dann durch das Wörtchen „und„ spricht man noch dazu das zweyte linksstehende Ziffer sowohl nach seinem natürlichen, als auch Local-Werthe aus; die Zahlen „24, 46, 98" werden daher gelesen „vier und zwanzig, sechs und vierzig, acht und neunzig"; eigentlich sollte man sagen: „zwey Zehner und vier Einer,

vier Zehner und sechs Einer, neun Zehner und acht Einer", oder kürzer: „zwanzig und vier, vierzig und sechs, neunzig und acht"; nun ist es aber einmal so eingeführet, daß man die Einer zuerst, und dann die Zehner ausspricht; was die Zahl selbst — den Werth derselben betrifft, ist es gleich viel, ob man sagt „zwanzig und vier", oder aber „vier und zwanzig." Die Zahlen „10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19" werden gelesen: „zehen, eilf, zwölf, dreyzehen ꝛc."; bey diesen wird das Wörtchen „und" nicht ausgesprochen.

Zu bemerken ist, daß die Null (0) links an der letzten Stelle, bey der man anfängt, die Zahl auszusprechen, nie stehen könne; dieses kömmt daher, weil die Null im Decimal-Systeme nur ausdrückt, daß Einheiten einer bestimmten Ordnung in der gegebenen Zahl nicht vorkommen; die Zahlen „02, 04" müßten eben so gelesen werden, als wenn die Null gar nicht da wäre, nämlich: „kein Zehner zwey Einer, kein Zehner vier Einer", welches eben so viel ist, als: „zwey, vier."

3) Besteht die Zahl aus 3 Ziffern, so sind wieder mehrere Fälle möglich.

a) Es kann an der ersten und zweyten Stelle eine Null seyn, wo dann links an der dritten Stelle ein Zahlziffer steht, das nach seinem Localwerthe (§. 14.) Hunderte ausdrückt; diese allein können ausgesprochen werden, da keine Einer und Zehner, wie dieses die Nullen zu erkennen geben, vorhanden sind; z. B. „300, 400, 900", diese Zahlen werden gelesen: „drey Hunderte, vier Hunderte, neun Hunderte."

b) Es kann nur an der ersten Stelle rechts eine Null seyn; dann sind keine Einer da, man spricht also nur die Hunderte und die Zehner aus; z. B. 240, 980", man liest also: „zwey Hunderte und vier Zehner, neun Hunderte und acht Zehner", oder kürzer: „zwey Hundert vierzig, neun Hundert achtzig."

c) Es kann in der Mitte eine Null vor-

kommen, dann fehlen die Zehner, man spricht also nur die Hunderte und Einer aus; z. B. 405, 709", diese werden gelesen: „vier Hundert fünf, sieben Hundert neun; das Wörtchen „und" darf hier ausgelassen werden, anstatt daß man nämlich lesen würde „vier Hundert und fünf ꝛc."

d) Endlich kann keine Null vorkommen; hier liest man zuerst die Hunderte, dann die Einer und zuletzt die Zehner; z. B. „468, 974" — „vier Hundert acht und sechszig, neun Hundert vier und siebenzig."

B. Wenn aber die Zahl, die man aussprechen will, mehr als 3 Ziffern, mithin mehr als eine Klasse hat, so verfahre man nach der im vorigen §. angegebenen Weise, indem man jede Klasse so ausspricht, als stände sie ganz allein da, und man noch am Ende einer jeden Klasse die Benennungen derjenigen Einheiten beyfügt, die durch die vorgenommene Klassification bezeichnet sind.

Ein Beyspiel hierüber ist der im §. 16. angeführten Tabelle beygefügt.

Die Klassification ist da der gegebenen Vorschrift gemäß von der rechten zur linken Seite vorgenommen worden; nach der ersten, dritten, fünften und siebenten Klasse ist unten ein Punct, und nach der zweyten, vierten, sechsten und achten Klasse sind der Ordnung nach oben die Striche „'''' . ''' . '' . ' ." angebracht, welche ausdrücken, daß man „Quatrillionen, Trillionen, Billionen und Millionen" lesen soll, während der unten stehende Punct immer „Tausende" bezeichnet, und mit dem Worte „Tausend" zu lesen ist.

Diese große Zahl, welche 27 Stellen hat, und also in 9 Klassen getheilt werden konnte, wird nun so gelesen:

432 Quatrillionen (9te Klasse — 432'''')
004 Tausend (8te Klasse — 004.)
258 Trillionen (7te Klasse — 258''')
093 Tausend (6te Klasse — 093.)
706 Billionen (5te Klasse — 706'')

450 Tausend (4te Klasse — 450.)
987 Millionen (7te Klasse — 987')
654 Tausend (2te Klasse — 654.)
321 (1te Klasse — 321).

Kann man einmal jede einzelne Klasse richtig aussprechen, so lese man die ganze Zahl auf folgende Weise:

432''''004.258'''093.706''450.987'654.321

„Vier Hundert zwey und dreyßig Quatrillionen, vier Tausend, zwey Hundert acht und fünfzig Trillionen, drey und neunzig Tausend, sieben Hundert sechs Billionen, vier Hundert fünfzig Tausend, neun Hundert sieben und achtzig Millionen, sechs Hundert vier und fünfzig Tausend, drey Hundert ein und zwanzig."

Am Ende dieses Abschnittes werden hierüber noch mehrere Beyspiele folgen.

### §. 19.

### Jede in Worten ausgedrückte Zahl wieder gehörig mit Ziffern zu bezeichnen.

Zahlen, die entweder ausgesprochen werden, oder aber die man in Worten niedergeschrieben vor sich hat, werden wieder gehörig angeschrieben, wenn man sie so mit den erwähnten Zahlziffern bezeichnet, daß die bloß mit Ziffern hingeschriebene Zahl ganz die nämliche ist, die zuerst mit Worten ausgedrückt wurde; wodurch nun diese beyden Verrichtungen — das Lesen und Anschreiben der Zahlen sich wechselseitig zur Probe dienen. Wird eine ausgesprochene, oder überhaupt in Worten ausgedrückte Zahl mit Ziffern bezeichnet, oder die durch Ziffern dargestellte Zahl wieder mit Worten ausgedrückt, und man erhält beyderseits das Nämliche, dann ist dieses ein Beweis über die Richtigkeit des vorgenommenen Verfahrens.

Um nun jede gegebene Zahl gehörig mit Ziffern zu bezeichnen, wird zum voraus Folgendes bemerkt:

Man liest und spricht alle Zahlen von der linken zur rechten Seite, daher nun beym Lesen und Aussprechen derselben die höhern zuerst, und dann der Ordnung nach die niedern Einheiten genannt werden. Ueberdieß wird jede Klasse so ausgesprochen, als stände sie nur allein da, und am Ende derselben wird die Benennung beygesetzt, die ihr wegen der Einheiten, die sie in sich begreift, zukömmt (§. 16.).

1) Ist eine Zahl nur mit einem Ziffer zu schreiben, so nimmt man nach §. 12. gerade jenes, das in Gemäßheit seines natürlichen Werthes die gegebene Zahl bezeichnet; daher werden die Zahlen „zwey, vier, neun" so geschrieben „2, 4, 9"

2) Ist eine ganze Zahl größer als neun, und kleiner als Hundert, so müssen, um sie zu schreiben, an zwey Stellen Zahlzeichen gesetzt werden. — Werden nur Zehner und keine Einer ausgesprochen, so schreibt man an die erste Stelle links ein Ziffer, das die Anzahl der ausgesprochenen Zehner angiebt, und an die zweyte Stelle rechts setzt man Null, um zu bezeichnen, daß in dieser Zahl Zehner, wohl aber keine Einer vorkommen; die Zahlen z. B. „dreyßig, siebenzig" werden also so geschrieben: „30, 70. — Werden nebst den Zehnern auch Einer ausgesprochen, so schreibt man zuerst links die Zehner, und dann rechts an dieses Ziffer hin die gegebenen Einer; die Zahlen „acht und vierzig, sechs und neunzig" schreibt man folglich so: „48, 96."

3) Werden in der Aussprache gleich anfangs Hunderte genannt, und dann entweder Zehner und Einer, oder auch keine Zehner und Einer, so muß die Zahl 3 Stellen erhalten. Links an die erste schreibt man die Hunderte, dann die Zehner, und endlich an die dritte Stelle rechts die Einer. — Würden keine Zehner und Einer genannt werden, so müßten die leeren Stellen mit Nullen ausgefüllt werden (§. 12.); z. B. „vier Hundert sechs und neunzig, acht Hundert vier (acht Hundert und vier), sieben Hundert vierzig", diese Zahlen sind nun so zu schreiben: „496, 804, 740",

und die Zahl „neun Hundert" müßte geschrieben werden durch „900" (§. 16.).

Wenn höhere Einheiten, als es die bloßen Einer, Zehner und Hunderte sind, ausgesprochen werden, z. B. Tausende, Millionen, Billionen ꝛc., so ist die Zahl mit mehr als 3 Zahlzeichen zu schreiben; wofür nun folgende Regel zu beobachten ist:

1) Weil die erste Klasse von der linken zur rechten Seite, welche bey der Eintheilung von der rechten zur linken Seite die letzte wird, 1, 2, oder auch 3 Ziffern haben kann (§. 17.), so werden allererst nur diese, da sie auch zuerst ausgesprochen werden, hingeschrieben; sagt man z. B. „vier Hundert sechs und dreyßig", so schreibt man auch „436."

2) Kömmt nun in der Aussprache eine Benennung von höhern Einheiten vor, so macht man zur Bezeichnung derselben das gehörige Zeichen rechts an die Klasse hin; sagt man z. B. Trillionen, Billionen, oder Millionen, so macht man oben die Strichlein „‴. ″. ′."; sagt man „Tausend", so wird unten immer ein Punct gemacht.

3) Mit Ausnahme der ersten linksstehenden Klasse, die auch 1 oder 2 Ziffern haben darf (§. 17.), muß jede Klasse 3 Stellen haben, und somit mit 3 Zeichen ausgefüllt seyn, wo man dann immerhin mit den Hunderten anfängt, worauf die Zehner und Einer folgen; dabey ist aber auch zu bemerken, daß nach den oben gesetzten Strichen die nächste Klasse die Hunderte, Zehner und Einer von den Tausenden bedeute, und daß die nach dem Puncte folgende Klasse Hunderte, Zehner und Einer der wieder oben mit Strichen bezeichneten Einheiten ausdrücke; kömmt kein Strichlein mehr

nach dem Puncte, dann sind es bloße Hunderte, Zehner und Einer, wo dann jetzt die ganze Zahl angeschrieben ist.

4) Sind in einer Klasse die Hunderte, Zehner oder Einer ausgelassen, dann muß man, was schon mehrmal bemerkt wurde, die leeren Stellen mit Nullen ausfüllen, damit jede folgende Klasse 3 Stellen, und jedes folgende Ziffer seinen gehörigen Platz bekömmt.

Aus dem, was eben gesagt wurde, daß nämlich die erste linksstehende Klasse auch 1 oder 2 Ziffern haben dürfe, geht nun von selbst hervor, daß links an der ersten Stelle der ersten Klasse nie eine Null stehen, und somit beym Anschreiben einer Zahl nie mit Null angefangen werden dürfe. Man erinnere sich an das, was hierüber gesagt wurde, als die Rede war, wie eine Zahl mit 2 Ziffern geschrieben werden müsse.

§. 20.

## Anwendung der eben angeführten Regeln.

Am Ende des §. 18. ist diejenige Zahl, die der Tabelle des §. 16. als Beyspiel beygesetzt worden ist, ganz in Worten ausgedrückt. Ich setze nun die Aufgabe, daß diese Zahl, die entweder ausgesprochen, oder aber so hingeschrieben vorgelegt wird, nun wieder gehörig mit Zahlzeichen zu schreiben sey. Es ist offenbar, daß nun hier die Regeln des vorigen §. in Anwendung kommen.

Die in diesem gegebenen Beyspiele mit Ziffern zu schreibende Zahl lautet so:

1) „Vier Hundert, zwey und dreyßig Quatrillionen“; dieß ist von der linken zur rechten Seite gerechnet die erste Klasse (§. 16. Tab.); weil man sagt: „vier Hundert zwey und dreyßig“, so schreibt man „432“, und wegen des Beysatzes „Quatrillionen“ fügt man noch oben 4 Striche „''''“ bey: „432''''“; —

2) „vier Tausend“; hier sind die Hunderte und Zehner der Tausende nicht ausgesprochen, also macht

man an die erste und zweyte Stelle der zweyten, nun jetzt folgenden Klasse 2 Nullen (00), und weil man sagt „Tausend“ so macht man unten einen Punct, man erhält daher „004.“; —

3) „zwey Hundert acht und fünfzig Trillionen“; man schreibt also „258'''“;

4) „drey und neunzig Tausend“; es werden die Hunderte der Tausende nicht ausgesprochen; man setzt also gleich anfangs Null, und schreibt die vierte Klasse: „093.“;

5) „sieben Hundert sechs Billionen“; man schreibt daher „706''“, weil keine Zehner der Billionen vorkommen;

6) „vier Hundert fünfzig Tausend“; es kommen hier keine Einer der Tausende vor, also schreibt man: „450.“;

7) „neun Hundert sieben und achtzig Millionen“; man schreibt: „987'“;

8) „sechs Hundert vier und fünfzig Tausend“; man schreibt: „654.“; endlich

9) „drey Hundert ein und zwanzig“; man schreibt: „321“; womit nun das Anschreiben beendet ist, indem keine Benennung von höhern Einheiten mehr vorkömmt, und man also an der letzten Stelle die primitiven Einheiten — die bloßen Einer — hat.

Diese neun Klassen setzt man nun der Ordnung nach unmittelbar nebeneinander, man erhält:

432''''004.258'''093.706''450.987'654.321

Muß man nun mehr als 4 Striche machen, so ist es besser, wenn man anstatt der Striche, wovon man für jede Klasse nur noch einen Strich beybehält, die Anzahl derselben mit kleinen arabischen Ziffern, die man über jeden Strich zu setzen hat, bezeichnet, wo dann diese das Nämliche bedeuten, wie die sonst am Ende der Klassen beygesetzten Striche; z. B. anstatt „'''''' . ''''' . '''' . ''' . '' . ' .“ würde man nun oben rechts an die Klassen hinsetzen „$'^{6} . '^{5} . '^{4} . '^{3} . '^{2} . '^{1}$ .“ welches dann anzeigt: Sextillionen, Quintillionen, Quatrillionen, Trillionen ꝛc.; z. B.

$64'^{5}023.284'^{4}200.203'^{3}782.094'^{2}207.004'^{1}368.002$

## §. 21.

### Begriff vom Numeriren.

Die beyden in den §§. 17 und 19. angeführten Veränderungen bezeichnet man mit dem Ausdrucke „Numeriren."

Numeriren heißt demnach eine durch Ziffern ausgedrückte Zahl aussprechen, oder eine gegebene Zahl mit Ziffern bezeichnen.

Die Benennung ist vom lateinischen Verbum „numero", welches Zählen, gleichwie das Substantiv „numerus" eine Zahl heißt; weil beym Aussprechen und Anschreiben der Zahlen die Ziffern nach ihren Stellen gezählt werden müssen, um ihren jedesmaligen Localwerth zu erkennen.

Das Numeriren bringt keine neue Zahl zum Vorscheine; dasselbe giebt nur die Anweisung, wie Zahlen, die schon zum voraus gegeben seyn müssen, zu lesen und zu schreiben sind.

Um deswillen gehört das Numeriren noch nicht zu den eigentlichen Rechnungsarten; indem jede Berechnung darin besteht, daß man aus bekannten Zahlen andere zu finden weiß, die vorhin noch nicht da gewesen sind, wohl aber mit jenen in einer Verbindung stehen, und also durch gewiße Veränderungen, die man mit den gegebenen Zahlen vornimmt, gefunden werden können.

Diese Veränderungen, wodurch mittels angestellter Berechnung aus gegebenen Zahlen andere gefunden werden, heißen die 4 Rechnungsarten — die 4 Species (vom lateinischen Substantiv Species — Art), — und haben noch insbesondere die eigenen Benennungen „Addition, Subtraction, Multiplication und Division"; wovon in den folgenden Abschnitten die Rede seyn wird.

## §. 22.

### Einige Fragen zur Wiederholung des in diesem Abschnitte Vorgetragenen.

Nachstehende Fragen lasse man zur Wiederholung die Schüler mündlich und schriftlich beantworten.

Die Sache wird dadurch ihrem Gedächtnisse tiefer eingeprägt werden, während sie sich zugleich über das Erlernte in ihren eigenen Worten ausdrücken müssen:

1) In welchem Sinne kann das Zählen und Vergrößern der Zahlen ins Unendliche fortgesetzt werden?
2) Mit welchen Zeichen drückten die Griechen und Römer die Zahlen aus?
3) Welche sind die arabischen Ziffern; worin besteht sowohl ihr natürlicher als auch ihr Localwerth?
4) Durch welches allgemeine Gesetz ist der Local-Werth der arabischen Ziffern bestimmt worden?
5) Was heißt man Zahlen-System überhaupt, und insbesondere Decimal-System?
6) Mit welchen Benennungen unterscheidet man im decadischen Systeme die Einheiten verschiedenen Ranges?
7) Auf was hat man acht zu geben, wenn man gegebene Zahlen gehörig anschreiben, und auf was, wenn man sie wieder aussprechen will?
8) Was heißt man Numeriren, und aus welchem Grunde kann dabey keine neue Zahl gefunden werden?

## §. 23.

## Einige Beyspiele zur Uebung.

### A. Zum Aussprechen.

#### I.

Nach öffentlichen Blättern vom Februar 1812 sind die bevölkertsten Städte von Europa: 1) London zählt 1009085 Einwohner; — 2) Paris 575471; — 3) Neapel 449519; — 4) Moskau 252609; — 5) Wien 238444; — 6) Petersburg 216081; — 7) Amsterdam 201749; — 8) Dublin 167899; — 9) Madrid 156672; — 10) Berlin 153070; — 11) Venedig 137240; — 12) Rom 134973; — 13) Mayland 128862; — 14) Glasgow 108830; — 15) Hamburg 106920; — 16) Edinburg 103155; — 17) Marseille 102217.

II.

Nach Angabe des Herrn Professors Cammerer in seinem geographischen Lehrbuche enthält Europa gegen 170000, Asien 700000, Afrika 530000, Amerika 800000 und Australien 200000 Quadratmeilen.

III.

Dem Erfinder des Schachspieles wurde zur Belohnung seine Bitte bewilliget, ihm nämlich folgende Summe Waizen zu reichen, für das erste Feld 1 Körnchen, für das zweyte 2, für das dritte 4, für das vierte 8, und so für das folgende Feld immer doppelt soviel, als für das vorhergehende; die Anzahl aller gefoderten Waizenkörner, indem das Schachbrett 64 Felder hat, belief sich auf 18446744073709551615 Körner.

Rechnet man nun auf das Münchner Schäffel vom mittlern Waizen 6555690 Körner, so beträgt die ganze bewilligte Summe beynahe 2813852405118 solche Schäffel. Würde man nun täglich 1000000, mithin jährlich 365000000 Schäffel entrichten, so würden doch mehr als 7709 Jahre zur völligen Abzahlung erfordert.

B. Zum Anschreiben.

IV.

Würde man alle Zahlen von 1 angefangen, als 1, 2, 3, 4, 5 ꝛc., bis auf eine Billion zusammen zählen, so würde ihre Summe fünf Hundert Tausend Trillionen und fünf Hundert Tausend Millionen ausmachen.

V.

In dem Berliner Jahrbuche der Astronomie für das Jahr 1811 wird die mittlere Entfernung der bekannten 11 Planeten von der Sonne folgendermaßen angegeben: Merkur ist von der Sonne 8 Millionen deutsche Meilen entfernt, Venus 15, Erde 21, Mars 32, Vesta 49, Juno 35, Pallas 56, Ceres 58, Jupiter 108, Saturnus 199, und Uranus 395 Millionen solche Meilen.

VI.

Oeffentliche Blätter vom Monat May 1812 geben über die Größe ꝛc des Kaiserthums Frankreich nachstehende Auskunft: Frankreich breitet sich gegenwärtig auf dreyzehen Tausend, neun Hundert vier und vierzig Quadratmeilen aus. — Es hat ein und vierzig Millionen, sechs hundert siebenzig Tausend Einwohner, und in den Lehensfürstenthümern und Jonien leben fünf Hundert dreyßig Tausend Seelen. — Die Staats-Einkünfte belaufen sich ohne Holland und die neuen deutschen Departements und Wallis auf sieben Hundert zehen Millionen Francs. — Die Landmacht schätzt man auf sechs Hundert fünfzig Tausend Mann.

# II. Abschnitt.

## Von der Zusammenzählung — Addition.

### §. 24.

### Erklärungen.

a) Zusammenzählen — Addiren (vom lateinischen Verbum addo) heißt eine Zahl finden, die mehrern gegebenen Zahlen zusammen genommen gleich ist; z. B. wenn ich sage: „3 und 5 ist 8“ so habe ich zusammengezählet — addirt, weil ich auf diese Weise die Zahl 8 gefunden habe, die eben so groß ist, wie die beyden andern zusammen genommen.

b) Summe (vom latein. Substantiv Summa — Inbegriff von mehrern Dingen) ist diejenige Zahl, die den gegebenen zusammen genommen gleich ist; im vorigen Beyspiele ist 8 die Summe, weil 8 eben so groß ist, wie 5 und 3.

c) Summanden (vom lateinischen Verbum Summo — zusammenzählen, summiren) sind diejenigen anfangs gegebenen Zahlen, die man in eine Summe bringt; z. B. 5 und 3 sind die Summanden, weil man diese zusammengezählt hat, um 8 zu bekommen.

d) Zusammenzählung — Addition (vom latein. Substantiv additio) ist demnach jene Rechnungsart, durch welche mehrere gegebene Zahlen in eine Summe gebracht werden.

e) Das Zeichen der Addition ist jenes Zeichen, durch welches man diese Rechnungsart ausdrückt, und besteht, wie es im §. 9. schon bemerkt wurde, in einem Kreutze (†); z. B. „24 † 36" heißt, man soll 24 zu 36 hinzählen — addiren.

Anmerkung. Die Summanden werden von einigen die Posten, das Zusammenzählen selbst das Summiren, und die Summe das Facit (von facio — soviel macht es aus) genannt.

Ich hingegen werde mich immerhin der Ausdrücke „Summe, Summanden, Addition, Addiren oder Zusammenzählen" bedienen.

## §. 25.

## Grundsätze der Addition.

Aus dem allgemeinen Grundsatze: „Gleiches auf gleiche Art verändert, giebt Gleiches", ferner, „Gleiches auf ungleiche Art, oder Ungleiches auf gleiche Art verändert giebt Ungleiches" (§. 10), geben die Grundsätze der 4 Rechnungsarten hervor. Für die Addition lauten sie nun folgendermaßen:

I. Gleiches zu Gleichem addirt giebt gleiche Summen; z. B.

$$6 = 6$$
$$4 = 4$$

also: 6 † 4 = 6 † 4, oder 10 = 10 (§. 10.).

II. Gleiches zu Ungleichem, oder Ungleiches zu Gleichem addirt, giebt Ungleiches,

und

und dort ist die größere Summe, wo zum voraus der größere Summand ist; z. B.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 6 = 6 | oder | 3 > 6 |
| | 4 > 3 | | 4 = 4 |
| also: | 6 † 4 > 6 † 3 | | 8 † 4 > 6 † 4 |
| | 10 > 9 | | 12 > 10. |

III. Das Größere zum Größern addirt, giebt die größere Summe; z. B.

6 > 3
4 > 2

also: 6 † 4 > 3 † 2 oder 10 > 5.

## §. 26.

### Regeln der Addition.

Damit man zu gegebenen — bekannten Zahlen die Summe findet, muß man gewiße Regeln, d. h. allgemein giltige Vorschriften wissen, die genau bestimmen und angeben, was man alles zu thun und zu beobachten hat, um die verlangte Summe wirklich zu finden.

Die aufgestellten Regeln müssen immer wahr und allgemein giltig seyn, damit man durch sie jederzeit in den Stand versetzt ist, dasjenige wirklich zu finden, was durch die vorgelegte Aufgabe gefunden werden soll.

Die Addition der ganzen Zahlen (§. 4.), wovon allein in diesem Hauptstücke die Rede ist, kann füglich auf folgende zwey mögliche Fälle zurückgebracht werden:

A. Wenn nur zwey Summanden;

B. wenn mehr als zwey Summanden zu addiren sind.

## §. 27.

### A. Regeln der Addition für jenen Fall, wo nur zwey Summanden vorkommen.

Wenn nur zwey Summanden in eine Summe zu bringen sind, so findet noch der dreyfache Fall Statt, daß entweder beide nur aus einem Ziffer, oder einer aus einem und der andere aus mehreren, oder endlich daß beide aus mehr als einem Ziffer bestehen.

a) Bestehen beide Summanden nur aus

einem Ziffer, und sind somit zwey Zahlen zu addiren, wovon jede kleiner ist als 10, so verfahre man nach der beygefügten Additions-Tabelle, wo alle hier möglichen Fälle vorkommen, und also dafür die jedesmaligen Summen angegeben sind.

## Additions-Tabelle.

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| 0 und 0 giebt 0 | 1 und 0 giebt 1 | 2 und 0 giebt 2 | 3 und 0 giebt 3 |
| 0 — 1 — 1 | 1 — 1 — 2 | 2 — 1 — 3 | 3 — 1 — 4 |
| 0 — 2 — 2 | 1 — 2 — 3 | 2 — 2 — 4 | 3 — 2 — 5 |
| 0 — 3 — 3 | 1 — 3 — 4 | 2 — 3 — 5 | 3 — 3 — 6 |
| 0 — 4 — 4 | 1 — 4 — 5 | 2 — 4 — 6 | 3 — 4 — 7 |
| 0 — 5 — 5 | 1 — 5 — 6 | 2 — 5 — 7 | 3 — 5 — 8 |
| 0 — 6 — 6 | 1 — 6 — 7 | 2 — 6 — 8 | 3 — 6 — 9 |
| 0 — 7 — 7 | 1 — 7 — 8 | 2 — 7 — 9 | 3 — 7 — 10 |
| 0 — 8 — 8 | 1 — 8 — 9 | 2 — 8 — 10 | 3 — 8 — 11 |
| 0 — 9 — 9 | 1 — 9 — 10 | 2 — 9 — 11 | 3 — 9 — 12 |

| V. | VI. | VII. |
|---|---|---|
| 4 und 0 giebt 4 | 5 und 0 giebt 5 | 6 und 0 giebt 6 |
| 4 — 1 — 5 | 5 — 1 — 6 | 6 — 1 — 7 |
| 4 — 2 — 6 | 5 — 2 — 7 | 6 — 2 — 8 |
| 4 — 3 — 7 | 5 — 3 — 8 | 6 — 3 — 9 |
| 4 — 4 — 8 | 5 — 4 — 9 | 6 — 4 — 10 |
| 4 — 5 — 9 | 5 — 5 — 10 | 6 — 5 — 11 |
| 4 — 6 — 10 | 5 — 6 — 11 | 6 — 6 — 12 |
| 4 — 7 — 11 | 5 — 7 — 12 | 6 — 7 — 13 |
| 4 — 8 — 12 | 5 — 8 — 13 | 6 — 8 — 14 |
| 4 — 9 — 13 | 5 — 9 — 14 | 6 — 9 — 15 |

| VIII. | IX. | X. |
|---|---|---|
| 7 und 0 giebt 7 | 8 und 0 giebt 8 | 9 und 0 giebt 9 |
| 7 — 1 — 8 | 8 — 1 — 9 | 9 — 1 — 10 |
| 7 — 2 — 9 | 8 — 2 — 10 | 9 — 2 — 11 |
| 7 — 3 — 10 | 8 — 3 — 11 | 9 — 3 — 12 |
| 7 — 4 — 11 | 8 — 4 — 12 | 9 — 4 — 13 |
| 7 — 5 — 12 | 8 — 5 — 13 | 9 — 5 — 14 |
| 7 — 6 — 13 | 8 — 6 — 14 | 9 — 6 — 15 |
| 7 — 7 — 14 | 8 — 7 — 15 | 9 — 7 — 16 |
| 7 — 8 — 15 | 8 — 8 — 16 | 9 — 8 — 17 |
| 7 — 9 — 16 | 8 — 9 — 17 | 9 — 9 — 18 |

Man soll z. B. 6 zu 5 addiren; man suche bey VI von oben nach unten jene Summe, die den beiden Summanden 5 und 6 (5 — 6) beygesetzt ist, man findet „5 † 6 = 11" d. h. 5 und 6 giebt zur Summe 11; — oder aber z. B. man soll 8 zu 9 addiren, man suche nun in der Tabelle bey X abwärts, bis man findet „9 † 8 = 17" so hat man das Gesuchte, nämlich 9 und 8 giebt 17.

Weil man aber durch das immerwährende Suchen in der Tabelle zu viel Zeit versäumen würde, so lasse man die Schüler die Tabelle ganz auswendig lernen, und übe sie so lange im Addiren der einfachen Zahlziffern, bis sie es da zu einiger Fertigkeit gebracht haben; zugleich, damit sie nicht bloß mechanisch zu Werke gehen, bediene man sich körperlicher Gegenstände, z. B. der Finger an den Händen, um es ihnen dadurch auf eine ganz anschauliche Weise begreiflich zu machen, daß man geradezu diese Summe erhalten müsse; z. B. wenn ich 5 zu 6 addiren soll, so habe ich 6 Einer, und ich soll nun noch 5 addiren, d. h. noch 5 hinzählen, dazu brauche ich 5 Finger, denn ich sage 7, 8, 9, 10, 11, wie ich also zu 6 noch 5 hinzähle (§. 11.), so erhalte ich 11, das die Summe von 6 und 5 ist. — Wäre eine größere Zahl zur kleinern zu addiren, so kehre man die Aufgabe um, indem man die Stellen der Summanden verwechselt; im Grunde erhalte ich immer das Nämliche, ich mag z. B. 9 zu 3, oder aber 3 zu 9 addiren; ich zähle nun mit 3 Fingern noch 3 hinzu, indem ich sage 10, 11, 12, es giebt also 9 und 3, oder was eines ist, 3 und 9 zur Summe 12.

b) Bestehet einer der beiden Summanden aus 2 Ziffern, so ist er eine Summe von Einern, die in der Aussprache zuerst genannt werden, und von Zehnern (§. 16.). Weil ich die Stellen der beiden Summanden verwechseln kann, so zähle ich allezeit die kleinere Zahl zur größern hin.

Bey der Addition kann ich aber nur gleichartige Dinge (§. 2.) in eine Summe bringen, indem sich nur diese als Theile zu einem Ganzen verbinden las-

sen; z. B. ich kann Gulden, und wieder Gulden als Dinge der nämlichen Art zusammenzählen, und allerdings sagen, 3 Gulden und 5 Gulden geben zur Summe 8 Gulden; hingegen aber kann ich z. B. 4 Klafter Holz nicht zu 5 Ellen Tuch addiren, weil diese Dinge ungleichartig — ganz verschieden sind, und also nie Theile eines und des nämlichen Ganzen seyn können.

Daraus folgt nun, daß man nur Einheiten des nämlichen Ranges — Einer und wieder Einer, Zehner und wieder Zehner ꝛc. addiren könne. Weßhalb in den beiden Summanden, wovon der größere Zehner und Einer, und der kleinere nur Einer in sich begreift, die Einer zu den Einern gezählet werden; geht nun die Summe nicht über 9, so bleiben die vorigen Zehner unverändert; geht aber die Summe der Einer über 9, dann zählt man den dadurch erhaltenen Zehner zu den Zehnern, und die noch übrigen Einer nehmen in der wirklichen Summe wieder die Stelle der Einer ein.

Z. B. 46 soll zu 3 addirt werden; weil der erste Summand größer ist, so kehre man die Aufgabe um, und sage: 3 soll zu 46 addirt werden; 6 und 3 bedeuten nach dem Localwerthe Einer, man sagt also: 6 und 3 giebt 9; weil diese Summe nicht über 9 geht, so bleiben die vorigen Zehner unverändert, also 46 und 3 giebt 49. — Soll aber z. B. 46 zu 8, also 8 zu 46 addirt werden, so sage man wieder 6 und 8 giebt 14, diese Summe geht über 9, also behält man an der Stelle der Einer nur 4, und den Zehner, da die Zahl 14, d. h. zehen und vier — die Summe der Einer ist, zählet man zu den Zehnern, die nun jetzt um einen Zehner vermehrt werden, 40 und 10 giebt 50 (4 Zehner und 1 Zehner geben 5 Zehner); um deswillen giebt nun 46 und 8 zur Summe 54.

c) Bestehet wieder einer der beiden Summanden nur aus einem, der andere aber aus mehr als zwey Ziffern, so addirt man erstens die Einer; geht diese Summe nicht über 9, so

bleiben die Zehner und alle folgenden höhern Einheiten unverändert; z. B. 458 und 1 giebt zur Summe 459, ich addire nur die Einer, 1 und 8, es bleiben die 4 Hunderte und die 5 Zehner unverändert.

Geht aber die Summe der Einer über 9, so wird die Summe der Zehner um 1 Zehner vermehrt, und gienge auch die Summe der Zehner, dann die Summe der Hunderte, der Tausende ꝛc. über 9, so müßte auch die Summe der Hunderte, der Tausende ꝛc. um 1 Hundert, um 1 Tausend ꝛc. vergrößert werden.

In diesem Falle läßt man die Schüler die beiden Summanden anschreiben, jedoch so, daß die Einer unter die Einer, weil man eben diese zusammen zählen muß, zu stehen kommen.

Auch im vorhin benannten Falle, wo ein Summand ein, und der andere zwey Ziffern hat, kann man, wenn man es für nöthig erachtet, auf diese Weise die Summanden unter einander schreiben; indessen ist in diesem Falle, da ein Summand ein, und der andere nur zwey Ziffern hat, mittels vieler Uebung darauf zu dringen, daß die Schüler in Bälde solche Summanden, ohne sie anzuschreiben, in eine Summe zu bringen wissen, weil sie sonst bey der Addition größerer Zahlen zu sehr aufgehalten würden.

Man soll z. B. zu 8976 die Zahl 8 addiren, man schreibt also zuerst an:

8976
8

zieht unten einen Strich und sagt: 8 und 6 Einer geben 14 Einer, es bleiben also noch 4 Einer, die man unten hinschreibt; ferner 1 Zehner und 7 solche geben 8 Zehner, diese schreibt man, weil es Zehner sind, an die zweyte Stelle; weil nichts mehr zum Hinzählen da ist, so bleiben die Hunderte und Tausende unverändert, man erhält

8976 erster Summand
8 zweyter —
8984 ist nun die Summe.

Ein anderes Beyspiel: man soll zu 9999 noch 8

addiren, man sagt also, 8 Einer, und 9 Einer geben 17 Einer, es bleiben 7 Einer, man schreibt also an die Stelle der Einer 7; — dann 1 Zehner und 9 geben 10 Zehner, man schreibt an die Stelle der Zehner Null, da 10 Zehner genau 1 Hundert geben; 1 und 9 Hundert geben 10 Hundert, d. h. 1 Tausend, man schreibt Null; — 1 Tausend und 9 geben 10 Tausend, man schreibt links 10 ganz aus, weil keine höhern Einheiten mehr folgen, man erhält:

9999 erster Summand
8 zweyter —
10.007 Summe.

Da man die Einer immer auch in der Summe an die erste Stelle, die Zehner von der rechten zur linken Seite an die zweyte, die Hunderte an die dritte Stelle ꝛc. schreibt, so läßt man, während man jederzeit bey der rechten Seite anfangen muß, die Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc." ganz weg; man sagt demnach viel kürzer:

8 und 9 ist 17, schreib' 7, behalt' 1; — 1 und 9 ist 10, schreib' 0, behalt' 1; — 1 und 9 ist 10, schreib' 0, behalt' 1; — endlich 1 nun 9 ist 10, das nun ganz links hingeschrieben wird.

Endlich d) bestehen beide Summanden aus mehreren Ziffern, so beobachte man folgende Regeln:

1) Schreibe man sie so untereinander, daß die Einheiten des nämlichen Ranges, also Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc. zu stehen kommen, und ziehe unten nach dem letzten Summanden von der linken zur rechten Seite einen Strich.

2) Fange man rechts an, und zähle allererst die Einer, nach diesen die Zehner, nach diesen die Hunderte ꝛc. zusammen, und schreibe die Einer unter dem Striche an die Stelle der Einer, die Zehner an die Stelle der Zehner ꝛc.; — wo man immer eine Summe über 9 erhält, zähle man 1

zu den nächst höhern Einheiten, während man die übrig gebliebenen Einheiten unten hinschreibt.

3) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis links zum Addiren keine Ziffern mehr da sind, wo dann die letzte Summe ganz ausgeschrieben wird.

Aus dem Begriffe von der Null, und aus der Additions-Tabelle ist es schon ersichtlich, daß z. B. 0 † 9 oder 9 † 0 keine andere Summe als 9 geben könne; die Null vermehrt nichts, wenn man sie zu Zahlziffern addirt und 0 † 0 ist wieder 0, weil die Null Nichts ausdrückt, und nur da ist, um gewiße Stellen, wofür keine Einheiten vorkommen, auszufüllen (§. 12.), z. B. man soll 238'349.506 zu 1'098.503 addiren. — Man schreibt 1) diese beiden Summanden so unter einander, daß die Einheiten des nämlichen Ranges und der nämlichen Benennung unter einander zu stehen kommen, und zieht unten einen Strich;

| |
|---:|
| 238'349.506 |
| 1'098.503 |

2) Nun fängt man rechts an, und sagt, 6 und 3 giebt 9, diese Summe, da sie Einer in sich begreift, schreibt man wieder unten rechts an die Stelle der Einer;

| |
|---:|
| 238'349.506 |
| 1'098.503 |
| 9 |

3) 0 und 0 gemäß des eben Gesagten giebt 0, man schreibt also auch eine Null an die Stelle der Zehner;

| |
|---:|
| 238'349.506 |
| 1'098.503 |
| 09 |

4) 5 und 5 giebt zur Summe 10, da dieß 10 Hunderte sind, indem man an der dritten Stelle Hunderte hat, und 10 Hunderte genau 1 Tausend geben, so schreibe man Null unten an die dritte Stelle, und

1 Tausend, oder kürzer 1 addire man zu den nächstfolgenden Einheiten, man sagt daher: „schreib' Null (0), behalt' 1;

238'349.506
1'098.503
009

5) 1 und 8 ist 9, und wieder 9 ist 18; da man hier Tausende addirte, so hat man nun zur Summe 18 Tausende, diese geben 10 Tausende und 8 Tausende bleiben noch übrig, man schreibe also 8 an die Stelle der Tausende, und 1, d. i., 1 Zehner der Tausende zähle man zu den Zehnern der Tausende;

238'349.506
1'098.503
8.009

6) 1 und 9 ist 10, und 4 ist 14, man schreibe also 4 an die Stelle der Zehentausende, und behalte 1;

238'349.506
1'098.503
48.009

7) 1 und 0 giebt 1, und 3 giebt 4. — Da erhält man die nächst höhere Einheit nicht, um sie zu den Ziffern der nächsten Stelle zu zählen, man schreibe also bloß an die Stelle der Hunderttausende das Ziffer 4;

238'349.506
1'098.503
448.009

8) 1 und 8 ist 9, man schreibe also 9 an die Stelle der Einer der Millionen;

238'349.506
1'098.503
9'448.009

9) Im untern Summanden kommen keine Zehner, und Hunderte der Millionen vor, indem die Stellen ganz leer sind, man schreibe also 3 und 2 unverän-

dert herunter, auf diese Weise hat man die ganze verlangte Summe;

| | |
|---|---|
| 238'349.506 | erster Summand |
| 1'098.503 | zweyter — |
| 239'448.009 | Summe. |

§. 28.

B) Regeln der Addition für jene Fälle, wo was immer für Summanden vorkommen.

Hat man wie immer mehrere Summanden, mithin was immer für Zahlen zu addiren, so verfahre man nach diesen Regeln:

1) Schreibe man die Summanden gehörig nach ihrem Localwerthe so unter einander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc., und überhaupt immer die Einheiten der nämlichen Ordnung unter einander zu stehen kommen, und ziehe dann unten einen Strich.

2) Fange man rechts bey den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und zähle alle an der Stelle der Einer stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe zusammen; geht ihre Summe nicht über 9, so hat man für die folgende Stelle nichts zu behalten; geht sie über 9, so schreibe man nur die Einer an, und die Zehner zähle man zu den an der nächsten Stelle stehenden Zehnern; würde die Summe größer als 99, und also mit 3 Ziffern zu schreiben seyn, so schreibe man nur unten die Einer an, und die Zehner addire man wieder zu den Zehnern, z. B. man erhalte zur Summe der Einer 9, oder 68, oder endlich 128; im ersten Falle schreibe man bloß 9 an die Stelle der Einer; im zweyten schreibe man 8 dahin und behalte 6; im dritten Falle schreibe man unten 8 und behalte 12, da dieß 12 Zehner sind, so zähle

man sie zu den Zehnern, indem man sagt, 12 und ꝛc.

3) Nun zähle man alle an der Stelle der Zehner — an der zweyten Stelle von der rechten zur linken Seite — stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe zusammen, und schreibe diese Summe, wenn sie nicht über 9 geht, unten an die Stelle der Zehner; geht aber diese Summe über 9 oder gar über 99, so denke man sich dieselbe angeschrieben, oder man schreibe sie irgend wo neben hinaus; das dadurch an die Stelle der Einer kommende Ziffer, weil es eigentlich, da man Zehner addirte, Zehner bezeichnet, schreibe man an die Stelle der Zehner, und das andere oder die beiden andern Ziffern, die nun so viele Hunderte bezeichnen, als sie sonst, wenn die Zahl wirklich nur 2 oder 3 Stellen hätte, Zehner ausdrücken würden, zähle man als eine Summe von Hunderten zu den an der dritten Stelle stehenden Hunderten; z. B. man erhält zur Summe der Zehner 58 oder 124, man schreibe also nur 8, und im zweyten Falle 4 an die Stelle der Zehner, und 5, oder aber 12 zähle man, da es Hunderte sind, an die Stelle der Hunderte, indem man sagt, 5 oder 12 und ꝛc.

4) Wie bey den Zehnern, gerade so verfahre man bey den Hunderten, dann bey den Tausenden, und bey allen folgenden höhern Einheiten.

5) Die letzte Summe, die man durch Zusammenzählung aller an der letzten Stelle stehenden Zahlziffern erhält, schreibe man ganz links an die schon gefundenen Ziffern der Summe hin.

6) Ist die Anzahl der Summanden groß, so wäre es zu mühsam, wenn man alle Zahlen auf einmal addiren müßte; man erleichtere sich da die Ar-

heit, indem man dieselben nach und nach zusammenzählet, und dann die erhaltenen einzelnen (Partial) Summen in eine Haupt- (Total) Summe bringt; z. B. es seyen 50 Zahlen zu addiren, man theile sie nun in 3 beliebige Theile, und addire etwa das erstemal 16, dann wieder 16, und zuletzt noch die übrigen 18 Zahlen; die auf diese Weise erhaltenen 3 Partialsummen bringe man in eine Summe, so hat man für die 50 Zahlen die verlangte Summe.

Anmerkung: Dadurch, daß man die Ziffern auf die angegebene Weise unter einander schreibt, verschafft man sich den Vortheil, daß die in eine Summe zu bringenden Ziffern, die nämlich Einheiten der nämlichen Ordnung bezeichnen, in eine Linie von oben nach unten zu stehen kommen, wodurch man der Gefahr nicht mehr ausgesetzt ist, aus Versehen Ziffern zusammen zu zählen, die in Betreff ihres Localwerthes nicht zusammengezählt werden können.

Aus diesem Grunde ist es bey vielen und großen Summanden immer nothwendig, daß man sie allererst gehörig unter einander schreibe. Würde dieses, wenn man nämlich nur einige kleine Summanden addiren sollte, nicht geschehen, so müßte vorzüglich darauf acht gegeben werden, daß immer die Einer zu den Einern, die Zehner zu den Zehnern ꝛc. gezählet werden; weil nach §. 27. nur Einheiten der nämlichen Ordnung, und somit auch der nämlichen Benennung, als Einer und Einer, Zehner und Zehner ꝛc. in eine Summe gebracht, und somit als Theile zu einem Ganzen verbunden werden können.

### §. 29.

### Beyspiel.

Man solle diese 4 Zahlen addiren „9876 † 8504 † 7880 † 9096.“

1) Nach dem vorigen §. schreibe man diese Summanden unter einander, und mache einen Strich;

$$\begin{array}{r} 9876 \\ 8504 \\ 7880 \\ \underline{9096} \end{array}$$

2) Man fange rechts an, und sage, 6 und 4 (die Null umgeht man gleich, weil sie auch addirt die vorige Zahl wieder giebt) giebt 10, und 6 ist 16; man schreibe 6, und behalte 1;

$$\begin{array}{r} 9876 \\ 8504 \\ 7880 \\ 9096 \\ \hline 6 \end{array}$$

3) 1 und 9 ist 10, und 8 ist 18, und 7 ist 25; — man schreibe 5, behalte 2;

$$\begin{array}{r} 9876 \\ 8504 \\ 7880 \\ 9096 \\ \hline 56 \end{array}$$

4) 2 und 8 ist 10, und 5 ist 15, und 8 ist 23; — man schreibe, 3 behalte 2;

$$\begin{array}{r} 9876 \\ 8504 \\ 7880 \\ 9096 \\ \hline 356 \end{array}$$

5) 2 und 9 ist 11, und 7 ist 18, und 8 ist 26, und 9 ist 35; — dieß, weil es die letzte Summe ist, schreibe man ganz aus;

$$\begin{array}{r} 9876 \\ 8504 \\ 7880 \\ 9096 \\ \hline 35.356 \end{array} \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{Summanden} \\ \text{Summe.} \end{array}$$

Anmerkung: Die eigentliche Probe der Addition wird durch Hülfe der Subtraction gemacht, die somit jetzt noch nicht angegeben werden kann. Will man sich indessen schon jetzt von der Richtigkeit der gefundenen Summe überzeugen, so darf man nur, wenn man anfangs von unten nach oben addirt hat, auch noch die Zusammenzählung von oben nach unten mit Berücksichtigung der eben vorgeschriebenen Regeln vornehmen; erhält man beyder-

seits das Nämliche, so hat man keinen Fehler begangen, weil man (§. 27. a) die Summanden in beliebiger Ordnung addiren, also ihre Stellen verwechseln darf, und es nicht wohl wahrscheinlich ist, daß man zweymal so fehlen sollte, daß der zweyte Fehler den ersten ganz wieder aufheben würde.

## §. 30.

## Beweis für die Richtigkeit der angegebenen Additions-Regeln.

1) Wenn man die im §. 27. angeführte Additions-Tabelle etwas genauer betrachtet, so wird man die Richtigkeit derselben gleich einsehen, da es z. B. heißt, 1 und 1 giebt 2, 1 und 2 giebt 3, 1 und 3 giebt 4 ꝛc.; bedient man sich hingegen, wie es im §. 27. bemerkt wurde, körperlicher Gegenstände, um die Sache anschaulich zu machen, so wird man eben so wenig Anstand finden, einzusehen, daß, wenn ich z. B. 5 Dinge habe, und ich noch 3 hinzusetze, ich alsdann 8 bekommen müsse.

2) Schreibt man aber, wenn die Summanden aus mehreren Ziffern bestehen, nach den §§. 27, 28. die Summanden gehörig unter einander, so werden zuerst alle Einer, dann alle Zehner, dann alle Hunderte ꝛc. in eine Summe gebracht.

3) Es ist aber nach §. 14. jede Zahl eine Summe — ein Inbegriff von Einern, von Zehnern, von Hunderten ꝛc., und nach dem zweyten Grundsatze des §. 10. ist das Ganze allen seinen Theilen zusammen genommen gleich.

4) Ferner nach dem I. Grundsatze der Addition (§. 25.) giebt Gleiches zu Gleichem addirt wieder Gleiches.

5) Es werden also alle Summanden addirt seyn, wenn man alle Theile derselben, d. h. alle Einer, alle Zehner, alle Hunderte ꝛc. in eine Summe bringt.

6) Nun aber zufolge der aufgestellten Regeln addirt man wirklich zuerst alle Einer, dann alle Zehner ꝛc. der Summanden zusammen, man erhält also zuletzt eine Zahl, die aus allen Einern, Zehnern ꝛc. der gegebenen Summanden besteht, und somit denselben zusammen genommen gleich ist.

7) Eine solche Zahl finden, heißt nach dem aufgestellten Begriffe von der Addition (§. 24. a) mehrere Zahlen addiren — in eine Summe bringen.

8) Also wird nach den angeführten Regeln die verlangte Summe wirklich gefunden.

9) Theilt man aber nach dem §. 28. Nro. 6. die Anzahl der Summanden in mehrere Theile, und verfährt man somit nach der 6ten Regel dieses §., so ist in in dem erwähnten Falle die erste Partialsumme eben so groß, wie die ersten 16 Summanden zusammen, die zweyte Partialsumme ist gleich den andern 16 Summanden, und die letzte ist gleich den letzten 18 Summanden zusammen genommen; ferner Gleiches zu Gleichem addirt giebt Gleiches (§. 25. I.); also ist die ganze Summe, die man durch Zusammenzählung der Partialsummen erhält, eben so groß, als alle anfangs gegebenen Zahlen zusammen genommen, man hat somit diese leztern wirklich addirt — in eine Summe gebracht.

## §. 31.

## Wiederholung in Fragen.

1) Was versteht man unter dem Ausdrucke „Addition“? — 2) Was heißt Addiren, was ist Summe, Summand, und welches Zeichen nennt man das Additions-Zeichen? — 3) Wie werden die Summanden, die Summe, und das Addiren noch genannt? — 4) Woher kommen diese Worte „Summe, Summand, Addiren, und Addition“? — 5) Wie wird das Additionszeichen gelesen? — 6) Wie heißen die Grundsätze der Addition? — 7) Wie kann man Zahlen addiren, die nur mit einem Ziffer geschrieben werden? — 8) Wie ist die Sache anzugehen, wenn man mehrere Zahlen, und was ist zu thun, wenn man sehr viele Zahlen addiren soll? — 9) Warum können nur Einheiten der nämlichen Benennung, als Einer, dann nur Zehner ꝛc. zusammen gezählet werden? — 10) Was hat man für einen Vortheil, wenn man die Summanden gehörig unter einander schreibet? — 11) Warum giebt 0 und 0 wieder Null, und warum wird die Summe nicht größer, wenn ich zu derselben Nul-

len hinzähle? — 12) Welche Probe der Addition erhält man dadurch, daß man die Summanden in beliebiger Ordnung addiren kann? —

§. 32.

## Beyspiele zur Uebung.

I.

Welche Summe erhält man, wenn man alle in der natürlichen Ordnung fortlaufenden Zahlen von 1 angefangen bis 50 addirt?

II.

Wie groß ist der Flächen-Inhalt sämmtlicher jetzt bekannter Erdtheile, wenn Europa 170.000 Quadratmeilen ꝛc. (man sehe §. 23. II. Beyspiel) in sich begreift?

III.

Die nämlichen im VI. Beyspiele des §. 23. angeführten öffentlichen Blätter geben auch die Bevölkerung nachstehender Länder auf folgende Weise an: „Italien hat 6'282.571 Einwohner; — Neapel 4'927.682; — die illyrischen Provinzen 1'477.162; — die Schweiz 1'638.000; — der Rheinbund nebst Warschau 31'321.790; — Preußen 4'559.550; — Dänemark 2'403.332; — Oestreich 20'794.236; — Schweden 2,425.000. Es ist nun die Frage, wie groß ist die Bevölkerung sämmtlicher eben benannter Länder?

IV.

Im Jahre 1811 starben zu Wien an gewöhnlichen Krankheiten 41.233 Menschen; an Epidemien 984; an Blattern 1487; an Wasserscheu 8; durch Selbstmord 43; durch Unglücksfälle 431; von andern wurden ermordet 29; und Todtgeborne waren es 1058. — Es ist nun die Frage, wie groß ist die Anzahl der zu Wien im Jahre 1811 gestorbenen Menschen?

V.

Der französische Moniteur enthält unterm 28. November 1811 nachstehende Uebersicht der Producte, welche das französische Kaiserthum jährlich aus den 3 Reichen der Natur liefert.

Es werden nämlich aus dem Mineralreiche an Me-

tallen, Salz ꝛc. durch 70.000 Menschen gewonnen für 50'000.000 Franken. — Die Glas-, Porzellain-, Stahl-, Eisen-Fabriken ꝛc. beschäftigen 377.000 Menschen, und werfen über 419'000.000 Franken ab. — Von den Arbeiten in Wolle, Baumwolle, Hanf, Flachs ꝛc., von Verfertigung der musikalischen Instrumente, vom Brauwesen, vom Papiermachen ꝛc. nähren sich 583.863 Menschen, und die jährlichen Producte derselben belaufen sich im Werthe auf 504'000.000 Franken. — Von den Arbeiten in Seide, Spitzen, Knöpfen, Tüchern, Hüten, Bändern, Gerbereyen ꝛc. leben 786.000 Menschen, und der Werth der durch dieselben erzeugten Gegenstände beträgt 439'000.000 Franken.

Es ist nun die Aufgabe: Wieviel Menschen werden auf diese Weise beschäftiget, und wie hoch beläuft sich der Werth aller Producte, Artikel ꝛc., welche durch dieselben gewonnen werden?

## VI.

Die süddeutschen Miscellen enthalten im Dezember 1811 über die Größe und die Bevölkerung von Spanien vor dem Ausbruche des Insurrectionskrieges nachstehende vom Jahre 1788 hergenommene Angaben, indem die Details der spätern von der Regierung nicht bekannt gemacht worden seyen, als:

| | Größe in Quadratm. | Einwohner. |
|---|---|---|
| 1) Andalusien | 2616 | 1'829.106 |
| 2) Gallizien | 835 | 1'350.000 |
| 3) Alt-Castillien | 1869 | 1'190.180 |
| 4) Neu-Castillien | 1421 | 940.649 |
| 5) Catalonien | 1060 | 814.412 |
| 6) Valencia | 760 | 783.084 |
| 7) Leon | 1479 | 665.432 |
| 8) Arragonien | 1386 | 623.308 |
| 9) Estremadura | 1188 | 416.922 |
| 10) Asturien | 348 | 350.000 |
| 11) Murcia | 800 | 337.689 |
| 12) Biscaya | 245 | 307.758 |
| 13) Navarra | 315 | 287.382 |
| 14) Mancha | 772 | 206.160 |

Wel-

Welche Größe, und wie viel Einwohner hat nun Spanien nach dieser Angabe?

VII.

Wie groß ist die Bevölkerung sämmtlicher im I. Beyspiele des §. 23. angeführten Städte?

# III. Abschnitt.

## Von der Subtraction.

### §. 33.

### Erklärungen.

a) Unterschied zweyer Zahlen — oder Differenz (von Differentia — Unterschied) wird jene Zahl genannt, welche angiebt, um wie viel eine Zahl größer oder kleiner ist, als die andere; z. B. 3 ist die Differenz der beiden Zahlen 6 und 9, weil 6 um 3 kleiner ist als 9, oder umgekehrt, weil 9 um 3 größer ist als 6.

b) Abziehen — Subtrahiren (vom latein. Verbum subtraho) heißt die Differenz zweyer Zahlen finden; welche letztere dadurch zum Vorscheine kömmt, daß eine Zahl von der andern wirklich weggenommen — weggezogen wird; daher nun der Ausdruck „Abziehen — Subtrahiren"; z. B. wenn ich 6 von 9 wegziehe — wegnehme, so erhalte ich die Differenz 3, um 3 ist 6 kleiner als 9. Wenn ich nun 3 zu 6 addire, so erhalte ich wieder 9; um deswillen heißt eine Zahl von der andern abziehen auch eben soviel als: eine dritte Zahl finden, welche, da sie die Differenz ist, zur ersten addirt die zweyte wieder giebt.

c) Minuend (von minuo — verkleinern, vermindern) heißt diejenige Zahl, von der ich eine andere subtrahiren soll.

d) Subtrahend — die abzuziehende Zahl (von subtraho) heißt diejenige Zahl, die man von einer andern wegzieht; z. B. wenn ich 6 von 9 wegziehe, so ist 9 der Minuend, und 6 der Subtrahend.

e) Rest (von resto — übrigbleiben, — Residuum) wird eben die Differenz genannt, die man erhält, wenn man den Subtrahend vom Minuend wegzieht; z. B. 6 von 9 giebt 3 zur Differenz, die nun der Rest genannt wird.

f) Abziehung — Subtraction (Subtractio) ist demnach jene Rechnungsart, bey welcher zu zwey gegebenen Zahlen die Differenz gefunden wird.

g) Zeichen der Subtraction ist jenes Zeichen, durch das man ausdrückt, daß eine Zahl von der andern subtrahirt werden soll; es besteht in einer liegenden Linie (—), und wird durch „weniger" im Latein durch „minus", oder auch mittels des Wortes „abgezogen" gelesen; den Minuend schreibt man, wenn das Zeichen ausgedrückt wird, links und den Subtrahend rechts daran hin; z. B. 9 — 6 = 3, heißt eben soviel als: 6 von 9 abgezogen giebt 3, oder kürzer: 9 weniger (minus) 6 giebt (ist äqual — gleich) 3.

## §. 34.

### Grundsätze der Subtraction.

I) Gleiches von Gleichem subtrahirt giebt wieder Gleiches;

z. B. 8 = 8, und 5 = 5; daher ist auch 8 — 5 = 8 — 5, man erhält beiderseits wieder den nämlichen Rest 3, da 8 — 5 = 3 ist;

oder:

| | |
|---|---|
| Minuend | 8 = 8 |
| Subtrahend | 5 = 5 |
| Rest | 8 — 5 = 8 — 5, d. h. 3 = 3. |

II) Bey gleichen Subtrahenden giebt der größere Minuend den größern Rest;

z. B. 6 > 5, und 4 = 4; daher ist 6 − 4 > 5 − 4, oder 2 > 1.

| | |
|---|---|
| Minuend | 6 > 5 |
| Subtrahend | 4 = 4 |
| Rest | 6 − 4 > 5 − 4, d. h. 2 > 1. |

III) Bey gleichen Minuenden giebt der größere Subtrahend den kleinern Rest, wo nämlich mehr weggezogen wird, da bleibt auch weniger übrig;

z. B. 8 = 8, und 6 > 5, also ist auch 8 − 6 < 8 − 5, d. h. 2 < 3.

oder:

| | |
|---|---|
| Minuend | 8 = 8 |
| Subtrahend | 6 > 5 |
| | 8 − 6 < 8 − 5 |
| Rest | 2 < 3 |

IV) Das Kleinere vom Größern abgezogen, giebt den größern Rest;

z. B. 9 > 6, und 2 < 3, daher ist 9 − 2 > 6 − 3, oder 7 > 3.

| | |
|---|---|
| Minuend | 9 > 6 |
| Subtrahend | 2 < 3 |
| Rest | 9 − 2 > 6 − 3, d. h. 7 > 3. |

§. 35.

A) Regeln der Subtraction, wenn sowohl der Minuend, als auch der Subtrahend nur aus 1 Ziffer besteht, oder aber, wenn der Minuend 10, und der Subtrahend nicht größer als 9 ist.

In diesem Falle bediene man sich der nachstehenden Tabelle, welche die Subtractions-Tabelle genannt wird; man findet da alle Reste, die nur immer möglich sind, wenn man Zahlen, die nicht über 9 gehen, von einander, oder aber von 10 subtrahirt.

# Subtractions-Tabelle.

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| 0 von 0 bleibt 0 | 1 von 1 bleibt 0 | 2 von 2 bleibt 0 | 3 von 3 bleibt 0 |
| 0 — 1 — 1 | 1 — 2 — 1 | 2 — 3 — 1 | 3 — 4 — 1 |
| 0 — 2 — 2 | 1 — 3 — 2 | 2 — 4 — 2 | 3 — 5 — 2 |
| 0 — 3 — 3 | 1 — 4 — 3 | 2 — 5 — 3 | 3 — 6 — 3 |
| 0 — 4 — 4 | 1 — 5 — 4 | 2 — 6 — 4 | 3 — 7 — 4 |
| 0 — 5 — 5 | 1 — 6 — 5 | 2 — 7 — 5 | 3 — 8 — 5 |
| 0 — 6 — 6 | 1 — 7 — 6 | 2 — 8 — 6 | 3 — 9 — 6 |
| 0 — 7 — 7 | 1 — 8 — 7 | 2 — 9 — 7 | 3 — 10 — 7 |
| 0 — 8 — 8 | 1 — 9 — 8 | 2 — 10 — 8 | |
| 0 — 9 — 9 | 1 — 10 — 9 | | |

| V. | VI. | VII. |
|---|---|---|
| 4 von 4 bleibt 0 | 5 von 5 bleibt 0 | 6 von 6 bleibt 0 |
| 4 — 5 — 1 | 5 — 6 — 1 | 6 — 7 — 1 |
| 4 — 6 — 2 | 5 — 7 — 2 | 6 — 8 — 2 |
| 4 — 7 — 3 | 5 — 8 — 3 | 6 — 9 — 3 |
| 4 — 8 — 4 | 5 — 9 — 4 | 6 — 10 — 4 |
| 4 — 9 — 5 | 5 — 10 — 5 | |
| 4 — 10 — 6 | | |

| VIII. | IX. | X. |
|---|---|---|
| 7 von 7 bleibt 0 | 8 von 8 bleibt 0 | 9 von 9 bleibt 0 |
| 7 — 8 — 1 | 8 — 9 — 1 | 9 — 10 — 1 |
| 7 — 9 — 2 | 8 — 10 — 2 | |
| 7 — 10 — 3 | | |

Man soll z. B. 5 von 8 subtrahiren, man findet in dieser Tabelle bey VI., daß 5 von 8 zum Reste die Zahl 3 giebt.

Diese Tabelle lasse man nun die Schüler, damit sie sich beym Abziehen der ersten Zahlen eine Fertigkeit erwerben, auswendig lernen, während man sich zugleich körperlicher Gegenstände bedient, um die Sache anschaulich zu machen; wenn ich z. B. 9 Dinge habe, und dann 4 davon wegnehme, so werde ich offenbar sehen, daß nun noch 5 übrig bleiben, daher sage ich: 4 von 9 subtrahirt giebt 5 zum Reste, oder kürzer: 4 von 9 bleibt 5.

§. 36.

**B) Subtractions-Regeln für jene Fälle, wo der Subtrahend aus einem, und der Minuend aus mehreren Ziffern besteht.**

In diesem Falle beobachte man folgende Regeln:

1) Gleichwie (§. 27. b.) nur gleichartige Dinge zu einander addirt werden können, eben so können auch nur Einheiten der nämlichen Ordnung und Benennung von einander, also nur Einer von Einern, Zehner von Zehnern ꝛc. abgezogen werden; weil nur diese als Theile zu einem Ganzen verbunden, also auch von demselben wieder getrennt werden können.

Deßwegen schreibe man allererst den Minuend (diejenige Zahl, von der man die andere wegziehen soll) oben hin, und unter die Einer desselben, also rechts unten an die erste Stelle den Subtrahend, der im vorliegenden Falle nur ein Ziffer hat, und ziehe dann unten einen Strich.

2) Ist nun a) das unten stehende Ziffer kleiner, als das oben ebenfalls an der Stelle der Einer stehende, so ziehe man ab, und setze den Rest unten an die Stelle der Einer.

Da an den übrigen Stellen des Subtrahends zur linken Seite hin keine Zahlzeichen mehr stehen, so kann auch nichts mehr abgezogen werden, man schreibe also die übrigen Ziffern des Minuends unverändert an jene Stellen, wo sie nach ihrem Localwerthe hingehören.

Man soll z. B. 4 von 8756 abziehen; hier ist nun 8756 der Minuend, und 4 der Subtrahend, man

schreibe also den Minuend oben, und den Subtrahend darunter hin, und ziehe den Strich:

| | |
|---|---|
| Minuend | 8756 |
| Subtrahend | 4 |

Nun sage man: 4 Einer von 6 Einern, oder kürzer: 4 von 6 bleibt 2, und schreibe 2 unten rechts an die Stelle der Einer, ferner 5, 7 und 8 bleiben unverändert, weil unten keine Ziffern mehr sind, die man davon subtrahiren könnte, man schreibt sie also unverändert herunter, und zwar 5 an die zweyte, 7 an die dritte, und 8 an die vierte Stelle von der rechten zur linken Seite, weil 5 nach dem Localwerthe Zehner, 7 nach diesem Hunderte ꝛc. bezeichnet:

| | |
|---|---|
| Minuend | 8756 |
| Subtrahend | 4 |
| Rest | 8752 |

Man erhält, daß 4 von 8756 abgezogen zum Reste 8752 giebt, oder: 8756 — 4 = 8752.

b) Sind die beiden — an der Stelle der Einer stehenden Ziffern gleich, so ist ihre Differenz Null, wenn man sie also von einander subtrahirt, so ist der Rest gleich Null; diese schreibt man, um die Stellen der Einer auszufüllen, rechts an die erste Stelle, während, wie vorhin, die übrigen Ziffern nach ihrem Localwerthe unverändert herunter kommen.

Man soll z. B. 8 von 5468 subtrahiren:

| | |
|---|---|
| Minuend | 5468 |
| Subtrahend | 8 |
| Rest | 5460 |

Es giebt also 8 von 5468 abgezogen zum Reste 5460, oder: 5468 — 8 = 5460.

c) Wäre das obenstehende Ziffer der Einer kleiner, als das andere unten, so muß man von dem nächstfolgenden Ziffer 1 entlehnen; dieses 1 ist im Grunde ein Zehner, weil jedes folgende

Ziffer von der rechten zur linken Seite einen zehenmal größern Werth hat (§. 14.); man hat demnach 10 Einer entlehnt, diese rechnet man zu den schon oben vorhandenen Einern, und subtrahirt davon die untenstehenden Einer; zugleich bemerkt man es oben an der zweyten Stelle mit einem Puncte (˙), daß man 1 (1 Zehner) entlehnt hat.

Man soll z. B. 9 von 658 abziehen:

| | |
|---|---|
| Minuend | 658 |
| Subtrahend | 9 |

8 ist kleiner als 9, also entlehne ich von 5 einen Zehner, ein Zehner hat 10 Einer und 8 dazu giebt 18 Einer, nimmt man 9 Einer davon, so bleiben noch 9, man sagt also: 9 von 8 kann ich nicht, also entlehne ich 1 (einen Zehner) und sage nun: 9 von 18 bleibt 9; weil man unten keine Ziffern mehr hat, so schreibt man 4 (weil man von 5 Zehnern 1 Zehner entlehnte), und 6 unverändert herab:

| | |
|---|---|
| Minuend | 6$\dot{5}$8 |
| Subtrahend | 9 |
| Rest | 649 |

Würde an der zweyten Stelle 1 seyn, so würde, wie man 1 entlehnen müßte, dahin eine Null gedacht werden müssen; würde aber an der zweyten Stelle Null, oder würden an noch mehreren Stellen Nullen seyn, so müssen dann die Einer von den Zehnern, die Zehner von den Hunderten ꝛc. entlehnen; dann hat man immer dort, wo man 1 entlehnte, auch um 1 weniger.

Z. B. 9 soll man von 718 subtrahiren:

| | |
|---|---|
| Minuend | 7$\dot{1}$8 |
| Subtrahend | 9 |
| Rest | 709 |

Oder aber z. B. 4 soll man von 10.000 subtrahiren; 4 von 0 kann ich nicht abziehen, also entlehne

ich 1 (einen Zehner), und sage: 4 Einer von 10 Einern bleiben 6 Einer, ich schreibe also unten 6 hin; weil aber keine Zehner, keine Hunderte, keine Einer der Tausende da sind, so muß man 1 Zehner von den Zehnern der Tausende entlehnen, es bleibt also da nichts mehr zurück, weil nur einmal 10 Tausend da ist; von den an die Stelle der Tausende kommenden 10 Tausenden nimmt man 1 Tausend für die Stelle der Hunderte, von diesen ein Hundert für die Stelle der Zehner, und von diesen einen Zehner für die Stelle der Einer, man erhält:

| | |
|---|---|
| Minuend | 10.000 |
| Subtrahend | 4 |
| Rest | 9.996 |

In solchen Fällen ist die kürzeste Regel diese:

Ist ein Ziffer von einer Null abzuziehen, und man hat von dieser noch nichts entlehnet, so entlehne man 1 von der nächsten Stelle, und betrachte sie nun als 10; hat man aber von der Null schon 1 entlehnt, so ist sie, weil man von ihr 1 entlehnt hat, nur mehr 9.

Daß 0 von 0 abgezogen wieder 0 giebt, oder $0 - 0 = 0$, und daß z. B. 0 von 6 wieder 6 giebt, oder $6 - 0 = 6$, ist aus dem ersichtlich, was in Absicht auf die Null in dem §. 12. bemerkt wurde.

## §. 37.

C) Regeln, wenn sowohl der Minuend, als auch der Subtrahend aus mehreren Ziffern besteht.

1) Schreibe man den Subtrahend unter den Minuend so, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc. also immer die Einheiten des nämlichen Ranges unter einander zu stehen kommen, und ziehe unten einen Strich.

2) Fange man rechts an, und subtrahire die

Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern, die Hunderte von den Hunderten ꝛc. und so immer die Einheiten des nämlichen Ranges von einander.

3) Ereignet es sich, daß man das nämliche Ziffer von sich selbst, z. B. 6 von 6 subtrahiren soll, so bleibt nichts übrig, man schreibe also unten in dem Reste eine Null.

4) Ist ein größeres Ziffer von einem kleinern abzuziehen, so entlehne man von der nächstfolgenden Klasse 1, das dann wie 10 anzusehen ist, und verfahre dann nach den im vorigen §. angegebenen Vorschriften.

5) Den Rest der Einer, der Zehner, der Hunderte ꝛc. schreibe man jedesmal wieder an die Stelle der Einer, der Zehner, der Hunderte ꝛc., und lasse dagegen bey der wirklichen Subtraction die Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. ganz weg, indem man die Ziffern bloß nach ihrem natürlichen Werthe von einander abzieht.

6) Würde der Subtrahend zuletzt links keine Ziffern mehr haben, so schreibe man, da man nichts mehr zu subtrahiren hat, die noch übrigen Ziffern des Minuends an ihre gehörigen Stellen herunter, wodurch dann die ganze Subtraction beendet ist.

Anmerkung. 1) In der gemeinen Arithmetik kann der Subtrahend nie größer seyn, als der Minuend, weil sonst die Differenz negativ würde, wovon an diesem Orte noch keine Rede seyn kann.

2) Wenn ich sage: der Minuend und Subtrahend besteht aus mehreren Ziffern, so will ich dadurch jenen Fall bezeichnen, wo der Minuend eine einzige, und der Subtrahend nur eine Zahl ist, wo aber diese beiden Zahlen mit mehreren Ziffern zu schreiben, und somit größer als 9 sind.

Es kann bey der Subtraction auch jener Fall eintreten, daß der Minuend, oder der Subtrahend, oder beide zugleich aus mehreren Zahlen bestehen; wo nun folgende Regeln zu beobachten sind:

a) Alle Zahlen, die zum Minuend gehören, bringe man nach §. 28. als Theile desselben in eine Summe.

b) Eben so addire man alle Theile des Subtrahends zusammen; und

c) subtrahire nun diese letztere Summe, welche den ganzen Subtrahend ausmacht, von der ersteren Summe, welche der ganze Minuend ist.

§. 38.

## Anwendung dieser Regeln.

### I. Beyspiel.

Man soll von 129.042 die Zahl 8.756 abziehen.

Auflösung:

1) Schreibe man den Subtrahend unter den Minuend, und mache den Strich:

| | |
|---|---|
| Minuend | 129.042 |
| Subtrahend | 8.756 |

2) Sage man 6 von 2, dieß kann man nicht, also entlehnt man 1 (einen Zehner) und sagt, weil man nun 10 Einer und 2 Einer hat, 6 von 12 bleibt 6, man schreibt also 6 unter den Strich rechts, indem man auch bey der rechten Seite das Subtrahiren angefangen hat:

```
 129.042
   8.756
 -------
       6
```

3) Oben, weil man 1 (einen Zehner entlehnte) hat man an der Stelle der Zehner nur mehr das Ziffer 3, daher sagt man 5 von 3 kann man nicht (abziehen), man entlehnet also von der dritten Stelle 1 (ein Hundert, das 10 Zehner hat), und sagt nun (da 3

Zehner und 10 Zehner 13 Zehner geben), 5 von 13 bleibt 8, dieses Ziffer schreibt man an die Stelle der Zehner, da 8 eigentlich 8 Zehner bedeutet:

```
129.042
  8.756
-------
     86
```

4) 7 von 9 (denn 1 Hundert ist schon für die Zehner weggenommen, und dadurch von der Null schon 1 entlehnt worden) bleibt 2, dieses Ziffer schreibt man, da es Hunderte bezeichnet, an die dritte Stelle:

```
129.042
  8.756
-------
    286
```

5) 8 von 8 bleibt 0, 0 schreibt man an die Stelle der Tausende:

```
129.042
  8.756
-------
  0.286
```

6) 2 und 1 schreibt man unverändert herunter:

| | |
|---|---|
| Minuend | 129.042 |
| Subtrahend | 8.756 |
| Rest | 120.286 |

II. Beyspiel.

Man soll 34.576 von 400.006 subtrahiren.

Auflösung:

1) Schreibt man den Minuend oben, und den Subtrahend unten hin, und zieht den Strich:

| | |
|---|---|
| Minuend | 400.006 |
| Subtrahend | 34.576 |

2) Sagt man: 6 von 6 bleibt nichts, daher schreibt man unten eine Null; ferner soll man nun der Ordnung nach die Ziffern 7, 5, 4, und 3 von den oben stehenden Nullen abziehen; diese bedeuten aber, daß keine Zehner, Hunderte, Tausende, und Zehentausende da sind; man entlehnt also 1 an der sechsten Stelle, welches Hunderttausend ist, und also 10 Zehner der

Tausende ausmacht, davon nimmt man 1, d. i. 10 Tausend für die vierte Stelle, dann 1, d. i. Tausend, oder zehen Hundert für die dritte Stelle, endlich nimmt man davon 1, d. i. zehen Zehner für die zweyte Stelle.

Man sagt demnach 7 von 10 (7 Zehner von 10 Zehnern) giebt 3 (Zehner); dann eben so 5 von 9 bleibt 4, 4 von 9 bleibt 5, 3 von 9 bleibt 6, und 3 schreibt man dann unverändert herab, man erhält:

| | |
|---|---|
| Minuend | 400.006 |
| Subtrahend | 34.576 |
| Rest | 365.430 |

III. Beyspiel.

Der Minuend bestehe aus den 3 Zahlen „3476, 8003, 4522," und der Subtrahend aus den Zahlen „2149, 6129, 1842"; — welchen Rest erhält man nun, wenn man wirklich subtrahirt?

Auflösung:

1) Nach §. 28. bringe man alle Theile des Minuends in eine Summe, man erhält: (3476 † 8003 † 4522) = 16.001.

2) Eben so auch alle Theile des Subtrahends, man erhält: (2149 † 6129 † 1842) = 10.120.

3) Nach §. 37. ziehe man nun den ganzen Subtrahend vom ganzen Minuend ab:

| | |
|---|---|
| Ganzer Minuend | 16.001 |
| — Subtrahend | 10.120 |
| | 5.881 |

Man erhält also, daß (3476 † 8003 † 4522) — (2149 † 6129 † 1842) = 16.001 — 10.120 = 5881.

Anmerkung: Dadurch, daß man die Ziffern auf die angegebene Weise unter einander schreibt, kommen die Einer, die Zehner rc. unter einander; nun muß man aber eben die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern rc. subtrahiren; um deswillen ist es vortheilhaft, und bey Anfängern nothwendig, daß man vorhin die Zahlen auf diese Weise anschreibt. Würde dieses nicht geschehen, so wäre alle Aufmerksamkeit dahin zu richten, daß immer die Einheiten des nämlichen Ranges, und der nämlichen Benennung von einander subtrahirt werden.

## §. 39.

## Beweis für die Richtigkeit der angeführten Regeln.

1) Besteht der Minuend nur aus 1 Ziffer, oder auch aus der Zahl 10, und der Subtrahend auch aus 1 Ziffer (§. 35.), und man subtrahirt mittels der erwähnten Subtractions-Tabelle, oder aber mittels körperlicher Dinge, derer Anzahl durch das Zählen bestimmt wird, so ist es schon an und für sich einleuchtend, daß ich, wenn ich z. B. 5 von 8 wegnehme, zum Reste 3 bekommen müsse.

2) Besteht aber der Minuend aus mehreren, und der Subtrahend aus mehreren, oder auch nur aus 1 Ziffer (§§. 36, 37.), und man verfährt den angegebenen Regeln gemäß, so werden die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern ꝛc. abgezogen.

3) Jede Zahl ist eine Summe von Einern, Zehnern, Hunderten ꝛc. z. B. 346 ist eben so viel als: 6 und 40 und 300, d. i., diese Zahl hält in sich 6 Einer, 4 Zehner, und 3 Hunderte (§. 16.).

4) Gleiches von Gleichem subtrahirt giebt Gleiches (§. 34. I.), es werden also die beiden Zahlen dadurch von einander abgezogen, daß man die Einer, die Zehner ꝛc von einander subtrahirt.

5) Weil man endlich den Rest der Einer an die Stelle der Einer, den Rest der Zehner an die Stelle der Zehner ꝛc. schreibt, so erhält man in der unterhalb des Striches stehenden Zahl die Differenz der Einer, der Zehner ꝛc. des Minuends und Subtrahends.

6) Folglich hat man die ganze Differenz des Minuends und Subtrahends, und deßwegen auch den verlangten Rest gefunden, welches nach dem im §. 33. b. von der Subtraction aufgestellten Begriffe Subtrahiren heißt; man hat also, wenn man auf die angegebene Weise verfährt, wirklich subtrahirt.

## §. 40.

### Bemerkung, jede anzustellende Probe betreffend.

Was ich in Betreff der Probe schon im vorigen Abschnitte §. 29. erwähnt habe, will ich auch hier und für jede in der Folge noch anzustellende Probe bemerken, daß nämlich dieselbe nur in so ferne ein untrügliches Kennzeichen über die Richtigkeit des gefundenen Resultates ist, als sich kein zweyter Fehler eingeschlichen haben wird, wodurch der erste ganz getilgt und aufgehoben würde.

Jede Probe besteht aber darin, daß eine zweyte Rechnung vorgenommen wird, wobey das zum Vorscheine kommende Resultat schon zum voraus bekannt ist; erhält man durch eine neue, anders vorgenommene Rechnungsweise dasjenige, was man bekommen soll, so ist es, wenn nicht in allen, doch aber in den meisten Fällen ein sicheres Zeichen, daß in der ersten Rechnung kein Fehler gemacht worden ist. Würde dieses nicht eintreffen, so hat man gefehlt, entweder bey der ersten Rechnung, oder bey der Probe, oder aber bey beiden Berechnungen zugleich, wo dann die Rechnung nochmal zu wiederholen ist.

Hätte man bey einer vorliegenden Aufgabe noch einige Gründe, an der Aechtheit der Probe zu zweifeln, so darf man nur eine zweyte, oder auch dritte Probe machen, um sich von der Richtigkeit seiner Arbeit ganz zu überzeugen.

Bey kleinern Aufgaben, die nicht so viel Arbeit und Anstrengung erfodern, ist man der Gefahr zu fehlen weniger ausgesetzt, und bey größeren Aufgaben wird es immer unwahrscheinlicher, daß man den nämlichen Fehler bey zwey auf eine verschiedene Weise ausgeführten Berechnungen so machen sollte, daß demohngeachtet das Bekannte wieder heraus kommen würde.

Aus dem, was ich nun eben bemerkt habe, wird man nun selbst zu ermessen im Stande seyn, ob und

in wie ferne die angestellte Probe die vorgenommene Berechnung prüfen, und bewähren werde.

## §. 41.

## Zweyfache Probe der Subtraction.

### A) Durch Addition.

Nach §. 33. heißt Subtrahiren nichts anderes, als die Differenz zweyer Zahlen finden; weil nun hier (§. 37. Anm. 1.) der Subtrahend nie größer ist, als der Minuend, so zeigt der zum Vorscheine kommende Rest an, um wie viel der Subtrahend kleiner ist, als der Minuend; es wird also der Rest zum Subtrahend addirt den Minuend wieder geben; daraus geht nun für die Probe folgende Regel hervor:

**Man addire den Rest zum Subtrahend, und man muß, wenn die Rechnung richtig ist, den Minuend wieder bekommen; — erhält man denselben nicht wieder, so hat man irgendwo gefehlt, und die Rechnung ist wieder vorzunehmen.**

Man hat im I. Beyspiele des §. 38. gefunden, daß 8756 von 129.042 abgezogen zum Reste 120.286 giebt, oder:

| | |
|---|---|
| Minuend | 129.042 |
| Subtrahend | 8 756 |
| Rest | 120.286 |

Nun zähle man den Rest zum Subtrahend; man wird den Minuend erhalten, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Subtraction erkennet:

| | |
|---|---|
| Minuend | 129.042 |
| Subtrahend | 8.756 |
| Rest | 120.286 |
| Summe des Restes und des Subtrahends | 129.042 |

### B. Durch Subtraction.

Weil der Rest zum Subtrahend addirt den Minuend wieder giebt; so ist der Minuend eben so groß, als der Rest und der Subtrahend zusammen genom-

men, und somit die Summe dieser beiden letztern (§. 24. b.); wenn man also den Rest vom Minuend abzieht, so muß man wieder den Subtrahend erhalten, weil dieser die Differenz des Minuends und des Restes ist; daraus nun folgende Regel:

Man subtrahire den Rest vom Minuend, und man muß zum neuen Reste den Subtrahend erhalten.

Wenn man im II. Beyspiele des §. 38. von 400.006 die Zahl 34.576 abzieht, so erhält man zum Reste 365.430; diesen Rest subtrahirt man vom Minuend 400.006, man muß zum neuen Reste 34.576 erhalten:

| | |
|---|---|
| Minuend | 400.006 |
| Subtrahend | 34.576 |
| Rest | 365.430 |
| Der vorige Subtrah. als Rest | 34.576 |

## §. 42.

## Zweyfache Probe der Addition mittels der Subtraction.

### A.

Wenn man zur Probe noch einmal alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen addirt, so wird diese zweyte Summe gerade um diesen kleiner, als die anfangs erhaltene Summe seyn; wenn man also die zweyte Summe von der ersten subtrahirt, so muß man den nicht mitgezählten Summanden erhalten; daher für die Probe der Addition nun diese Regel:

Zur Probe addire man wieder alle Summanden, mit Ausnahme eines einzigen, zusammen, man muß, wenn man diese zweyte Summe von der ersten subtrahirt, gerade jenen Summanden erhalten, den man den übrigen nicht mehr beygezählet hat.

Im

Im §. 29. hat man 4 Zahlen addirt, und zur Summe 35.356 = (9876 † 8504 † 7880 † 9096) erhalten, oder

| | |
|---|---|
| 9876<br>8504<br>7880<br>9096 | } Summanden |
| 35.356 | erste Summe. |

Nun zähle man wieder alle Summanden, mit Ausnahme eines einzigen etwa des obern, den man durch einen Querstrich von den übrigen trennen kann, zusammen, und subtrahire diese Summe von der vorigen, es muß der ausgeschlossene Summand — hier 9876 — als Rest herauskommen:

| | | |
|---|---|---|
| | 9876<br>8504<br>7880<br>9096 | } Summanden |
| Erste Summe | 35.356 | |
| Zweyte — | 25.480 | |
| | 9876 | als Rest wieder der obere Summand. |

**B.**

Die zweyte Probe der Addition, welche ebenfalls durch Subtraction bewerkstelliget wird, besteht darin:

Man addirt wieder alle Summanden — aber von der linken zur rechten Seite, und zieht die jedesmalige Summe ebenfalls von der linken zur rechten Seite ab; bleibt zuletzt nichts mehr übrig, so hat man zweymal die nämliche Summe erhalten, und eben deswegen keinen Fehler gemacht.

Diese Probe rührt daher, weil man die Summanden in beliebiger Ordnung addiren kann, und man immer die nämliche Summe erhält, da in beiden Fällen immer die Summe allen Summanden zusammen genommen gleich ist.

Die eben benannte Regel lautet nun ausführlicher so:

Hat man die links an der ersten Stelle stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe addirt, so ziehe man sie von den unten an der nämlichen Stelle stehenden Ziffern ab, streiche diese aus, und setze rechts oben den Rest hin, wenn sich einer ergeben sollte; nun addirt man die an der folgenden Stelle stehenden Ziffern zusammen, und subtrahirt ihre Summe von dem unten an der nämlichen Stelle stehenden Ziffer, wozu aber, wenn vorhin ein Rest geblieben ist, 1 wie 10, 2 wie 20, 3 wie 30 rc. da es die nächst höhere Einheit ist, zu rechnen ist. — Setzt man so dieses Verfahren von der linken zur rechten Seite fort, so muß man zuletzt 0 erhalten, d. h. es darf nichts übrig bleiben.

Im letzten Beyspiele, des §. 27. hat man 1'098.503 zu 238'349.506 addirt, und zur Summe 239'448.009 erhalten, oder

| | |
|---:|---|
| 238'349.506 | Summanden |
| 1'098.503 | |
| 239'448.009 | Summe. |

Nun macht man die Probe, fängt links an, und sagt: 2 und Nichts giebt 2, 2 von 2 hebt sich auf, den untern Zweyer (2) streicht man aus; — 3 und Nichts giebt 3, 3 von 3 hebt sich auf, den untern Dreyer (3) streicht man aus; — 1 und 8 ist 9, 9 von 9 hebt sich auf, den untern Neuner (9) streicht man aus; — 0 und 3 giebt 3, 3 von 4 bleibt 1, man streicht das Ziffer 4 aus, und schreibt rechts oben 1 hin; — 9 und 4 ist 13, 13 von 14 (da 1 den Werth von 10 hat, weil die höhere Einheit 10 nächst niedere Einheiten in sich begreift) bleibt 1, 4 streicht man aus, und den Rest 1 schreibt man oben neben hin; — 8 und 9 ist 17, 17 von 18 bleibt 1, 8 streicht man aus, und den Rest 1 schreibt man neben hin; — 5 und 5 ist 10, 10 von 10 bleibt nichts, man streicht 0 aus; — 0 und 0 giebt 0, 0 von 0 giebt 0, man streicht unten 0 aus; 6 und 3 giebt 9, 9 von 9 giebt

0, man streicht unten 9 aus, wo nun wirklich nichts mehr übrig bleibt:

238'349.506
1'098.503

Würde anstatt 1 ein anderer Rest als 2, 3, 4 ꝛc. bleiben, so ist er ebenfalls immer zehenmal größer zu dem nächstfolgenden Ziffer, das die nächst niedern Einheiten ausdrückt, zu rechnen, also 2 wie 20, 3 wie 30, 4 wie 40 ꝛc.

## §. 43.

## Wiederholung in Fragen.

1) Was heißt dieses, eine Zahl von einer anderen subtrahiren — abziehen, und was für eine Rechnungs-Art versteht man unter der Subtraction? — 2) Was heißt man Minuend, und Subtrahend, und welche Zahl wird die Differenz, oder der Rest genannt? — 3) Welches Zeichen ist das Zeichen der Subtraction, und wie wird es gelesen? — 4) Welche sind die Grundsätze der Subtraction? — 5) Auf was hat man vorzüglich zu sehen, wenn Zahlen von einander zu subtrahiren sind, die mit mehreren Ziffern geschrieben werden? — 6) Wie ist die Sache anzugehen, wenn der Minuend, und der Subtrahend aus mehreren Theilen besteht? — 7) Wie macht man die Probe der Subtraction? — 8) Wie wird die Probe der Addition durch Hülfe der Snbtraction gemacht?

## §. 44.

## Verschiedene Beyspiele.

### I.

Als die vereinigten Staaten von Nordamerika im Jahre 1773 gegen ihr Mutterland sich empörten, betrug ihre Bevölkerung ungefähr 2'000.000 Menschen; dagegen belief sich aber dieselbe im Jahre 1810 bis auf 7'239.903 Menschen; um wie viel hat nun die Bevölkerung von Amerika vom Jahre 1773 bis 1810 zugenommen?

II.

Das Königreich Baiern zählt auf 1730 Quadratmeilen ungefähr 3'674.634 Menschen, und trägt jährlich gegen 21'000.000 fl.

Das Königreich Würtemberg zählt auf 370 Quadratmeilen ungefähr 1'248.413 Menschen, und trägt jährlich gegen 8'000.000 fl.

Um wie viel übertrifft nun Baiern das Königreich Würtemberg an Größe, an Bevölkerung, und an Einkünften?

III.

München, die Hauptstadt des Königreichs Baiern, zählt in 2100 Häusern gegen 70.000 Einwohner.

Stuttgardt, die erste Haupt- und Residenzstadt des Königreiches Würtemberg zählt in 1800 Häusern gegen 21.000 Einwohner.

Um wie viel Häuser, und Einwohner hat nun München mehr als Stuttgardt?

IV.

Nach dem geographischen Handbuche von Herrn Pfarrer Ludwig Pflaum beträgt gegenwärtig die Bevölkerung der Stadt Augsburg im Oberdonaukreise des Königreichs Baiern gegen 29.000 Einwohner; um wie viel hat dieselbe seit dem Anfange des 16. Jahrhunderts abgenommen, wo Augsburg noch 80.000 Einwohner zählte.

V.

Aus den Gold- und Silber-Bergwerken von Europa gewinnt man jährlich ungefähr in

| | Mark Gold | Mark Silber |
|---|---|---|
| 1) Rußland . . . | 2.680 | 87.100 |
| 2) Schweden . . | 3 | 4.500 |
| 3) Böhmen . . | — | 2.400 |
| 4) Ungarn . . . | 2.600 | 80.000 |
| 5) Siebenbürgen . | 2.500 | 3.000 |
| 6) Oestreich . . . | — | 4.560 |
| 7) Baiern . . . | 118 | 4.109 |
| 8) Sachsen . . . | — | 33.000 |
| 9) Preußen . . . | — | 2.460 |
| 10) Frankreich . . | — | 7.500 |
| 11) Westphalen . . | 10 | 51.700 |

Dagegen Amerika giebt jährlich 68.850 Mark Gold, und 3'480.900 Mark Silber.

Um wie viel mehr Gold und Silber bekömmt man nun in Amerika?

VI.

Von einer gewißen Armee rücken beym Anfange eines Feldzuges an Infanterie 80.760 Mann, an Kavallerie 10.040, und an Artillerie 5.030 Mann ins Feld.

Durch Gefechte, Krankheiten rc. verliert die Armee an Infanterie, Kavallerie, und Artillerie 28.760 Mann.

Wie stark ist nun jetzt noch die ganze Armee?

VII.

Die Einnahmen eines gewißen Landes betragen jährlich 24'000.000 fl; dagegen aber die Ausgaben 23'999.999 fl.; — wie viel bleibt nun von der Einnahme noch übrig?

# IV. Abschnitt.

## Von der Multiplication.

### §. 45.

### Erklärungen.

a) Eine Zahl mit einer andern multipliciren (von multiplico — vermehren) heißt die erste Zahl so oft setzen, als es die andere anzeigt; z. B. 6 mit 4 multipliciren — heißt 6 viermal setzen, wodurch man 24 erhält.

I. Zusatz: Bey ganzen Zahlen ist das Multipliciren eine einfachere Addition; anstatt daß man die nämliche Zahl mehrmal zu sich selbst addirt, mul-

tiplicirt man sie mit einer Zahl, die so viele Einheiten enthält, als oft jene Zahl zu sich addirt werden müßte; z. B. anstatt daß ich sage „8 † 8 † 8“, sage ich kürzer: dreymal 8, oder „8 mit 3 multiplicirt giebt 24“.

II. Zusatz: Wird Null (0) mit einer Zahl multiplicirt, so erhält man wieder Null (0); z. B. „0 mit 6 multiplicirt giebt wieder 0“; weil 0 mit einer Zahl multipliciren eben so viel heißt, als die Null so oft setzen, als es die andere Zahl anzeigt, wodurch man immer wieder Null bekömmt.

III. Zusatz: Wird eine Zahl mit Null (0) multiplicirt, so erhält man wieder Null, weil da die erste Zahl nullmal — d. h. niemal — zu setzen ist; z. B. 6 mit 0 multiplicirt giebt 0.

IV. Zusatz: Wird eine Zahl mit 1 multiplicirt, so bleibt die erste Zahl unverändert, weil sie da nur einmal gesetzt wird; z. B. 4 multiplicirt mit 1 giebt wieder 4.

V. Zusatz: Wird 1 mit einer Zahl multiplicirt, so erhält man diese zweyte Zahl zum Producte, weil da 1 so oft gesetzt wird, als die andere Zahl Einheiten hat; z. B. 1 mit 5 multiplicirt giebt 5, weil da 1 fünfmal genommen — gesetzt wird.

b) Multiplicand (von multiplico) heißt jene Zahl, die man mit einer andern multiplicirt, und Multiplicator wird jene Zahl genannt, welche anzeigt, wie oft der Multiplicand zu setzen ist; z. B. wenn ich 6 mit 4 multiplicire, so ist 6 der Multiplicand, und 4 der Multiplicator

Multiplicand ist demnach diejenige Zahl, die man so oft setzt, als es die andere anzeigt; — und Multiplicator jene Zahl, die ausdrückt, wie oft die erste gesetzt werden soll.

c) Der Multiplicand, und der Multiplicator werden auch Factoren (von facio — machen) genannt; im vorigen Beyspiele sind 6 und 4 die Factoren; darunter versieht man immer solche Zahlen, die mit einander zu multipliciren sind.

d) Product (Productum — von produco,

hervorbringen) wird jene Zahl genannt, die man erhält, wenn man die Factoren wirklich mit einander multiplicirt; z. B. 24 ist das **Product** der beiden Factoren 6 und 4, weil 6 mit 4 multiplicirt 24 giebt.

e) **Multiplication** (von Multiplicatio — Vermehrung) ist jene Rechnungsart, wodurch man aus den gegebenen Factoren das verlangte Product erhält.

f) Die Multiplication wird durch ein stehendes Kreuz (X), oder durch einen Punct (.) angezeigt, daher sind diese beiden Zeichen „(X) und (.)“ **Zeichen der Multiplication**; z. B. „6 X 4“, oder „6 . 4“ heißt: 6 soll mit 4 multiplicirt werden, und wird gelesen „6 **multiplicirt** mit 4.“

Wenn aber einer der Factoren, oder aber beide aus mehreren Zahlen bestehen, so schließt man die zu einem Factor gehörigen Theile durch diese beiden Einklammerungszeichen „()“ ein; z. B. man soll die Summe „3 † 4“ durch die Summe „5 † 6“ multipliciren, man schreibt daher „(3 † 4) X (5 † 6)“, oder „(3 † 4). (5 † 6)“, oder auch „(3 † 4) (5 † 6)“.

Auch bey den übrigen drey Rechnungsarten bedient man sich dieser Einklammerung, wo aber immer das Zeichen der jedesmal in Anwendung zubringenden Rechnungsart beyzubehalten ist, indem davon nur die Multiplication eine Ausnahme macht. Da darf man, wie man eben gesehen hat, dieses Zeichen „X“ oder den Punct auslassen.

Diese Bezeichnungsweise findet man am Ende des dritten Beyspieles des §. 38.; dieselbe wird in der Folge noch öfters vorkommen.

Der Ausdruck „**Multipliciren — Vermehren**“ kömmt daher, weil man bey ganzen Zahlen mehrentheils, wiewohl nicht immer (II. III. und IV. Zus. dieses §.) ein Product erhält, das größer ist, als der anfangs gegeben Multiplicand.

Die in den Zusätzen II — V. ausgedrückten Regeln werden nach den bey c und d gegebenen Erklärungen kürzer auf folgende Weise ausgedrückt: „**Ist einer der Factoren Null** (0), **so ist auch das Product Null, — ist aber die Zahl 1 ei-**

ner der beiden Factoren, dann wird das Product so groß, wie der andere Factor, oder der andere Factor wird dann das verlangte Product seyn."

Anmerkung: Der Punct (.), wie aus dem bisher Gesagten ersichtlich ist, kömmt als ein mathematisches Zeichen in einer dreyfachen Bedeutung vor:

a) Beym Numeriren bediente ich mich anstatt des Striches (,), der von einigen gewählet wird, des Punctes, um dadurch die Tausende zu bezeichnen, und somit auszudrücken, daß die nach dem unten stehenden Puncte von der Rechten zur Linken in der folgenden Klasse vorkommenden Ziffern in Gemäßheit ihres Localwerthes Tausende darstellen. Während demnach von einigen die Zahl 34567983214567214 auf diese Weise klassificirt wird „345,670'983,214'567,214", so wird man sie nach den im I. Abschnitte in dem §. 16. und §. 17. Nro. 2. gegebenen Vorschriften auf folgende Weise in Klassen theilen „345.670''983.214'567.214", wo dann in dem einen, wie in dem andern Falle der unten zwischen den Ziffern stehende Punct, oder Strich mit dem Worte „Tausend" gelesen wird.

b) Bey der Subtraction drückt der oberhalb des Ziffers stehende Punct (§. 36. Nro. 2. c) aus, daß von diesem Ziffer eine jener Einheiten, die es nach seinem Localwerthe bezeichnet, entlehnet worden seyen; anstatt des Punctes wird von einigen auch oberhalb des Ziffers ein Strich, der dann das Nämliche anzeigt, gemacht.

c) Endlich kömmt hier in diesem §. der Punct als Multiplicationszeichen vor, und drückt deßhalb, wenn er unten zwischen den Zahlen steht, aus, daß dieselben mit einander multiplicirt werden sollen.

Man wird aus dem ganzen Zusammenhange, und der jedesmal vorliegenden Aufgabe mehrentheils ermessen können, ob der unterhalb zwischen den Ziffern stehende Punct (am Ende der Zahlen ist der Punct als der gewöhnliche Schlußpunct zu betrachten) in der so eben bey a oder c angegebenen Bedeutung zu nehmen sey.

Indessen, um jedem Irrthume vorzubeugen, werde ich mich von nun an, weil man jetzt beym Aussprechen solcher Zahlen, die nicht mehr als 6 Ziffern haben, schon zureichende Fertigkeit besitzen wird, des Punctes nicht mehr in dem Sinne bedienen, um dadurch die vorkommenden Zahlen in Klassen zu theilen.

Kömmt demnach bey kleinern Zahlen, zumal in der Folge bey den Zählern, und Nennern der Brüche, zwi-

schen den Zahlziffern ein Punct vor, so drückt er dann jederzeit die Multiplication aus.

Nur die größeren Zahlen, die man, um den Localwerth der einzelnen Ziffern zu erkennen, in Klassen eintheilen muß, werden in diesem Lehrbuche davon eine Ausnahme machen. Bey diesen wird dann der unten stehende Punct die Tausende bezeichnen, und also nicht die Multiplication ausdrücken; welches dann immerhin bestimmt aus den oben stehenden Strichen, die der Ordnung nach die Millionen, Billionen ꝛc. anzeigen, erkannt werden wird.

Die Ursache, warum ich beym Numeriren anstatt eines unten gesetzten Striches den Punct wählte, werde ich bey der Lehre von den Decimal-Brüchen angeben.

## §. 46.

## Grundsätze der Multiplication.

I. **Gleiches mit Gleichem multiplicirt giebt gleiche Producte**; z. B. wenn ich auf einer Seite 6 mit 4, und auf der andern Seite 6 mit 4 multiplicire, so erhalte ich beiderseits 24, oder

| | |
|---|---|
| Multiplicand | $6 = 6$ |
| Multiplicator | $4 = 4$ |
| Product | $6 \times 4 = 6 \times 4$, d. h $24 = 24$. |

Weil hier die nämliche Zahl 6 auf beiden Seiten gleich oft — viermal — gesetzt wird.

II. **Bey gleichen Multiplicanden giebt der größere Multiplicator das größere Product**; z. B.

| | |
|---|---|
| Multiplicand | $6 = 6$ |
| Multiplicator | $5 > 4$ |
| Product | $6 \times 5 > 6 \times 4$, d. h. $30 > 24$. |

Weil hier auf der ersten Seite 6 fünfmal, und auf der zweyten Seite 6 nur viermal gesetzt wird, so muß offenbar das erste Product größer seyn.

III. **Bey gleichen Multiplicatoren giebt der größere Multiplicand das größere Product**; z. B.

| | |
|---|---|
| Multiplicand | $6 > 4$ |
| Multiplicator | $3 = 3$ |
| Product | $6 \times 3 > 4 \times 3$, d. h. $18 > 12$. |

Hier wird 6 dreymal, und 4 dreymal gesetzt; weßwegen das erste Product größer werden muß.

IV. Der größere Multiplicand giebt mit dem größern Multiplicator das größere Product; z. B.

| | |
|---|---|
| Multiplicand | $6 > 5$ |
| Multiplicator | $4 > 3$ |
| Product | $6 \times 4 > 5 \times 3$, d. h. $24 > 15$. |

Anmerkung: Ich trage, was ich auch in Betreff der übrigen Rechnungsarten bemerkt haben will, um deswillen kein Bedenken, so kleine Beyspiele zur Erläuterung der Grundsätze anzuführen, indem es gar nicht schwer hält, den Schülern begreiflich zu machen, daß z. B. 6 viermal gesetzt 24 giebt. — Die bey den Grundsätzen angeführten Beyspiele der Addition, Subtraction ꝛc. sind der Art, daß man sie ausführen und verstehen kann, ohne daß man die Regeln der Addition, Subtraction ꝛc., die in den auf die Grundsätze jedesmal folgenden §§. vorgetragen werden, inne hat; aus diesem Grunde wird man mich keiner Inconsequenz beschuldigen können.

## §. 47.

## Aufgabe:

### Das Einmaleins zu verfertigen.

Unter dem Einmaleins, welches die pythagorische Tafel, oder auch die Multiplications-Tabelle genannt wird, versteht man gewöhnlich nur jene Tabelle, welche alle Producte der ersten 9 Zahlen enthält; man kann diesen noch füglich auch die Zahl 10 beysetzen, um die Producte der ersten 10 Zahlen zu erhalten.

Dieses Einmaleins wird durch die Addition auf folgende Weise verfertigt:

1) Schreibe man von der linken zur rechten Seite in der horizontalen Linie a b die ersten 10 Zahlen, als 1, 2, 3, ꝛc., — und dann links un-

ter 1 in einer verticalen Linie A C die 9 Zahlen 2, 3, 4, rc. und so bis 10, das dann die letzte ist.

2) Nun fange man links bey 2 in der Linie A C an, und sage: 2 und 2 giebt 4, 2 und 4 giebt 6, 2 und 6 giebt 8, rc.; diese Summen schreibe man in einer zweyten horizontalen Linie d e so an, daß 4 unter 2, 6 unter 3, 8 unter 4 rc. zu stehen kömmt.

3) Eben so mache man es bey 3, dann bey 4, dann bey 5 rc. und endlich auch bey 10, indem man sagt: 3 und 3 giebt 6, 3 und 6 giebt 9, 3 und 9 giebt 12 rc., 6 wird unter 2 und 4, 9 unter 3 und 6, 12 unter 4 und 8 rc. geschrieben, man erhält die dritte horizontale Linie f g; eben so verfahre man bey 4, indem man sagt: 4 und 4 giebt 8, 4 und 8 giebt 12 rc. — man erhält die vierte horizontale Linie h i rc.

4) So setzt man das Verfahren fort; hat man auch bey 10, das man ebenfalls zu sich selbst addirt, indem man sagt: 10 und 10 giebt 20, 10 und 20 giebt 30 rc. alle Summen ausgesetzt, so ist das ganze Einmaleins verfertiget; man hat 10 horizontale Linien von der linken zur rechten Seite, als a b, d e, f g &c. und 10 verticale Linien von oben nach unten, als A C, N D, O E &c.

5) Die erste horizontale Linie a b enthält die Multiplicatoren, und die erste verticale Linie AC die Multiplicanden, oder auch umgekehrt, mithin enthalten diese beiden die Factoren, und alle übrigen als d e, f g &c. enthalten die verlangten Producte. Man erhält demnach folgende

## Multiplications- und Divisions-Tabelle.

| | A | N | O | P | Q | R | S | T | U | B | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | b |
| d | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | e |
| f | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | g |
| h | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | i |
| k | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | l |
| m | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | n |
| o | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | p |
| q | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 | r |
| s | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 | t |
| u | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | x |
| | C | D | E | F | G | H | J | K | L | M | |

Es ist nicht nothwendig, daß man auch die Zahlen der Linien a b und A C als Producte betrachtet, da im §. 45. IV. Zus. und V. Zus. die Regel für jene Fälle schon gegeben ist, wo einer der beiden Factoren die Zahl 1 ist. — Um deswillen, da in den Zusätzen II und III des nämlichen §. 45. die Regeln in Betreff der Null schon gegeben sind, kömmt die Null allein in dieser Tabelle auch nicht vor.

### §. 48.

### Aufgabe:

Die ersten 10 Zahlen mit einander zu multipliciren.

### Auflösung.

Man nehme das Einmaleins, und suche einen der beiden Factoren von oben herab in der Linie A C, und dann den andern Factor oben von der linken zur rechten Seite in der Linie a b; — man gebe nun acht, wo die Linien, die von diesen Factoren ausgehen, zusammenstoßen, da ist

dann das verlangte Product; z. B. man will 5 mit 6 multipliciren, man suche also in der Linie A C die Zahl 5, und in der Linie a b die Zahl 6, man wird sehen, daß von 5 die Linie k l, und von 6 die Linie R H ausgeht, diese beiden Linien, vielmehr viereckichten Streifen, stossen gerade da zusammen, wo die Zahl 30 steht, man hat also gefunden, daß 5 mit 6 multiplicirt zum Producte 30 giebt.

Beweis:

1) Mit ganzen Zahlen multipliciren heißt eben so viel als, die erste Zahl so oft setzen — zu sich selbst addiren — als die zweyte Zahl Einheiten hat (§. 45. I. Zus.).

2) Die in der Linie a b stehenden Zahlen drücken der Ordnung nach aus, wie oft die in der Linie A C links stehenden Zahlen zu sich addirt sind; z. B. 2 mit 3 multiplicirt giebt 6, und 6 hat man bey Verfertigung der Tabelle eben dadurch erhalten, daß man sagte: 2 und 2 giebt 4, 4 und 2 giebt 6, d. h. 2 dreymal gesetzt giebt 6.

3) Also erhält man mittels dieser Tabelle für die ersten 10 Zahlen wirklich die verlangten Producte.

Anmerkung: 1) Es ist unumgänglich nothwendig, daß die Schüler diese Tabelle auswendig lernen; wobey sie, wenn sie einmal den Gebrauch derselben wissen, keinen Anstand mehr finden werden; sie dürfen z. B. immerhin nur sagen: 2 mal 1 ist 2, 2 mal 2 ist 4, 2 mal 3 ist 6 ꝛc., dann wieder 3 mal 1 ist 3, 3 mal 2 ist 6, 3 mal 3 ist 9 ꝛc.

2) Was schon bey der Addition und Subtraction gesagt wurde, ist auch für die Multiplication und Division, von welcher letztern Rechnungsart im folgenden Abschnitte die Rede seyn wird, zu verstehen; der Lehrer soll nämlich immerhin auch suchen, die Sache durch gewiße Versinnlichungsmittel anschaulich zu machen; zu diesem Zwecke wolle derselbe gleich jetzt schon dasjenige benützen, was in Absicht auf die Versinnlichung der 4 Grundrechnungsarten am Ende des §. 77. im I. Hauptstücke des I. Theiles bemerkt wird.

## §. 49.
## Die Verwechslung der Factoren betreffend.

**Lehrsatz:** Man erhält das nämliche Product, wenn man die Stellen der Factoren verwechselt, d. h. wenn man den Multiplicand an die Stelle des Multiplicators, und diesen an die Stelle des Multiplicands setzt:

**Beweis:**

1) Ist der Multiplicand größer, als der Multiplicator, so wird, wie ich die Stellen der Factoren verwechsle, die an die Stelle des Multiplicands kommende kleinere Zahl um so viel öfters genommen. — Ist aber 2) der Multiplicand kleiner, so wird nach verwechselten Stellen die an die Stelle des Multiplicands kommende größere Zahl um so viel weniger oft gesetzt. — 3) Sind beide Factoren gleich, so ist es ohnehin offenbar, daß die Producte immer die nämlichen sind.

Wenn man z. B. 5 mit 4 multiplicirt, so erhält man 20, und wenn man umgekehrt 4 mit 5 multiplicirt, so erhält man wieder 20, weil hier der kleinere Multiplicand 4 öfters — fünfmal — gesetzt wird.

Um die Sache anschaulich zu machen, drücke man den Multiplicand 5 durch 5 neben einander gesetzte a aus, und setze diese Linie von 5 a viermal:

| | 5 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | a | a | a | a | a |
| 4 | a | a | a | a | a |
| | a | a | a | a | a |
| | a | a | a | a | a |

$5 \times 4 = 20$

Man hat aber auch die verticale Linie von 4 a fünfmal, es giebt also auch $4 \times 5 = 20$, und man hat offenbar zum Producte 20 solche a, man mag 5 viermal, oder 4 fünfmal setzen, d. h. $5 \times 4 = 4 \times 5 = 20$.

## §. 50.

### Aufgabe:

Zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, wenn eine aus einem, und die andere aus mehreren Ziffern besteht.

### Auflösung:

1) Weil man die Stellen der Factoren verwechseln kann (§. 49.) so schreibe man die größere Zahl als Multiplicand, dann unten an die Stelle der Einer den Multiplicator, und ziehe einen Querstrich.

2) Nun multiplicire man von der rechten zur linken Seite die Einer, die Zehner, dann die Hunderte ꝛc. des Multiplicands.

3) Wo immer das Product größer als 9 wird, schreibe man nur die Einer an, und die Zehner rechne man zum Producte der nächsten Stelle.

4) Das Product der Einer, der Zehner ꝛc. schreibe man wieder auf eine ähnliche Weise, wie bey der Addition, an die Stelle der Einer, der Zehner ꝛc.

5) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man von der rechten zur linken Seite alle Theile des Multiplicands multiplicirt hat; das letzte Product schreibt man dann ganz aus, weil keine Stellen mehr folgen.

### Beyspiel:

Es sey 546 mit 5, oder 5 mit 546 zu multipliciren:

### Auflösung:

1) Nehme man 546 als Multiplicand, und unten hin schreibe man 5 als Multiplicator, und ziehe einen Strich:

Multiplicand 546
Muttiplicator 5

2) Sage man nun, indem man rechts anfängt, 5 mal 6 ist 30, schreibe 0, behalte 3, d. h. 30 Einer geben genau 3 Zehner, man schreibe also an die Stelle der Einer Null, und rechne die 3 Zehner zu den Zehnern:

546
5
0 behalt' 3 (Zehner).

3) 5 mal 4 ist 20, und 3 giebt 23 (Zehner), man schreibe 3, und rechne 2 (2 Hunderte) zu der nächsten Stelle:

546
5
30 behalt' 2 (Hunderte).

4) 5 mal 5 ist 25 und 2 ist 27; d. h. 25 Hunderte und 2 Hunderte geben 27 Hunderte; diese schreibe man dann ganz aus:

| | |
|---|---|
| Multiplicand | 546 |
| Multiplicator | 5 |
| Product | 2730 |

## Beweis:

1) Der Multiplicand ist hier eine Summe von Einern, Zehnern, und Hunderten;

2) Alle Theile zusammengenommen geben das Ganze (§. 10. Nro. 2.);

3) Es wird also der ganze Multiplicand multiplicirt werden, wenn man alle Theile desselben, die Einer, Zehner rc. multiplicirt;

4) Nun aber dieses geschieht eben nach der angegebenen Verfahrungs-Weise;

5) Also erhält man dadurch wirklich das verlangte Product.

Im vorigen Beyspiele kann man anstatt 546 auch sagen: 500 † 40 † 6, oder 546 = 500 † 40 † 6.

Glei-

Gleiches mit Gleichem multiplicirt giebt Gleiches (§. 46. I.); daher ist

$$546 = 500 + 40 + 6$$
$$5 = 5$$

also: $546 \times 5 = 2500 + 200 + 30.$

Weil 500 fünfmal genommen 2500, und 4 Zehner fünfmal genommen 20 Zehner oder 200, und endlich fünfmal 6 Einer 30 Einer geben, so hat man die 3 Partialproducte 2500, 200 und 30 erhalten. Addirt man nun 2500, dann 200 und 30 zusammen, so erhält man:

$$546 \times 5 = 2500 + 200 + 30 = 2730.$$

Eben dieses Product erhielt man aber auch nach der vorhin aufgestellten Regel.

## §. 51.

### Regel der Multiplication, wenn beide Factoren aus mehreren Ziffern bestehen.

In diesem Falle verfahre man auf folgende Weise:

1) Sind die beiden Factoren ungleich, so nehme man den größern Factor als Multiplicand, und den kleinern als Multiplicator (es könnte auch der kleinere als Multiplicand genommen werden, es wäre aber dieses mehrentheils nicht so bequem), und schreibe diesen so unter jenen, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner rc. zu stehen kommen. Dieses Letztere geschieht auch, wenn beide Factoren gleich sind; dann ziehe man unten einen Strich;

2) Nun multiplicire man von der rechten zur linken Seite nach §. 50. den **ganzen** Multiplicand mit dem ersten rechts stehenden Ziffer des Multiplicators;

3) Dieses thue man mit allen folgenden Ziffern des Multiplicators, d. h. mit einem jeden multiplicire man den **ganzen** Multiplicand.

4) Das zweyte Product, welches man erhält, wenn man mit dem zweyten Ziffer des Multiplicators multiplicirt, rücke man um eine Stelle zur linken Seite, so daß unter die Einer des ersten Productes kein Ziffer zu stehen kömmt;

5) Eben so rücke man, indem man die Producte unter einander schreibt, jedes folgende Product um eine Stelle zur linken Seite;

6) Hat man mit allen Ziffern des Multiplicators die Multiplication ausgeführt, so addire man nach den aufgestellten Additionsregeln die einzelnen Producte, welche Partialproducte genannt werden, gerade so zusammen, wie sie nun da stehen, und man hat das verlangte Product, welches Total-Product genannt wird.

§. 52.

Anwendung dieser Regel.

Man soll z. B. 346 mit 5976 multipliciren; man nehme also:

1) 5976 als Multiplicand, und schreibe darunter den Multiplicator 346, so daß die Einheiten der nämlichen Ordnung unter einander kommen:

| | |
|---|---|
| Multiplicand | 5976 |
| Multiplicator | 346 |

2) Nun multiplicire man mit 6, dem ersten Ziffer des Multiplicators, den Multiplicand 5976, man erhält: 5976 X 6 = 35856, dieses erste Product schreibe man unter den Strich:

| | |
|---|---|
| | 5976 |
| | 346 |
| Erstes Partial-Product | 35856 |

3) Mit 4, dem zweyten Ziffer des Multiplicators, multiplicire man von der rechten zur linken Seite wieder den ganzen Multiplicand, man erhält: 5976 X 4 = 23904, dieses zweyte Product schreibe man so an, daß 4 unter 5, 0 unter 8 ꝛc. zu stehen kömmt,

wodurch das ganze zweyte Product um eine Stelle zur linken Seite gerückt ist:

| |
|---:|
| 5976 |
| 346 |
| 35856 |

Zweytes Partial-Product 23904

4) Mit 3, dem dritten und letzten Ziffer des Multiplicators, multiplicire man abermal den ganzen Multiplicand von der rechten zur linken Seite, man erhält: 5976 X 3 = 17928, dieses Product schreibe man so an, daß es wieder um eine Stelle gegen die linke Seite gerückt wird, man hat nun das letzte Product, weil der Multiplicator nur 3 Ziffern hat:

| |
|---:|
| 5976 |
| 346 |
| 35856 |
| 23904 |

Drittes Partial-Product 17928

5) Diese Producte addire man nun so zusammen, wie sie da stehen:

| | |
|---|---:|
| Multiplicand . . . . . | 5976 |
| Multiplicator . . . . . . | 346 |
| Erstes Partial-Product | 35856 |
| Zweytes — — | 23904 |
| Drittes — — | 17928 |
| Total-Product . . . | 2067696 |

Es giebt also 5976 mit 346, oder was eines ist, 346 mit 5976 multiplicirt zum Producte die Zahl 2'067.696, d. h.

5976 X 346 = 346 X 5976 = 2'067.696.

## §. 53.

### Aufgabe:

**Zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, wovon eine nur aus einem Zahlziffer nebst angehängten Nullen bestehet.**

### Auflösung:

1) In diesem Falle nehme man jenen Factor,

welchem am Ende Nullen angehängt sind, als Multiplicator, und schreibe ihn so unter den Multiplicand, daß sein Ziffer unter die Einer desselben zur Rechten zu stehen kömmt, während man einsweilen die Nullen ganz wegläßt.

2) Multiplicire man mit dem Zahlziffer des Multiplicators den ganzen Multiplicand nach §. 50. so, als wenn dasselbe ganz allein da wäre.

3) Dem dadurch erhaltenen Producte setze man rechts die Nullen des Multiplicators bey, man wird das verlangte Product haben.

Beweis:

1) Würde der Multiplicator keine Nullen bey sich haben, so müßte man den Multiplicand so oft setzen, als es das Zahlziffer des Multiplicators ausdrückt.

2) Nun ist aber der Multiplicator um so oft zehenmal größer, als viel ihm Nullen angehängt sind.

3) Also muß auch das Product um so oft zehenmal größer werden, als viel Nullen der Multiplicator hat (§. 45. a.).

4) Es müssen demnach dem Producte rechts eben so viel Nullen beygefügt werden.

5) Wäre der Multiplicator nur 1 mit angehängten Nullen, so ist die Multiplication überflüssig, weil jede Zahl mit 1 multiplicirt unverändert bleibt (§. 45. IV. Zus.); man hängt also da, um das Product zu erhalten, gleich dem Multiplicand die vorkommenden Nullen an. — Einer Zahl eine, zwey, drey ꝛc. Nullen anhängen heißt dann eben so viel, als sie mit 10, 100, 1000 ꝛc. multipliciren, weil sie eben dadurch zehen-, hundert-, tausendmal ꝛc. gesetzt wird (§. 45. a.), und jedes Ziffer des Multiplicands im Producte an eine Stelle kömmt, wo es einen zehen-, hundert-, tausendmal ꝛc. größern Localwerth hat.

I. Beyspiel:

Es sey 1000 mit 24 zu multipliciren:

Man nimmt 1000 als Multiplicator, und fügt dem Multiplicand 3 Nullen bey, man erhält: 24 X 1000 = 24000; denn mit 1000 multipliciren heißt den Multiplicand tausendmal setzen, man muß also 24000 erhalten.

II. Beyspiel:

Es sey 6000 mit 48 zu multipliciren:

1) Man denke sich die Nullen weg, und nehme 48, weil diese Zahl größer ist als 6, als Multiplicand, und 6 als Multiplicator:

Multiplicand 48
Multiplicator 6

2) Multiplicire man 48 mit 6, man erhält: 48 X 6 = 288

48
6
Product 288

3) Dem Producte 288 setze man die drey Nullen bey, man erhält:

48 X 6000 = 6000 X 48 = 288000

4) 48 mit 6000 multipliciren heißt 48 sechstausendmal setzen; nach dem natürlichen Werthe des Ziffers des Multiplicators muß 48 sechsmal, und nach seinem Localwerthe tausendmal gesetzt werden, man muß also das Product 288 mit 1000 multipliciren, d. h. ihm drey Nullen anhängen.

## §. 54.

## Beweis, die im §. 51. aufgestellte Regel betreffend.

1) Der Multiplicator, da er aus mehreren Ziffern besteht, ist eine Summe von Einern, Zehnern, Hunderten 2c. (§. 16.).

2) Gleiches mit Gleichem multiplicirt giebt Gleiches (§. 46. I.); also wird der Multiplicand mit dem

ganzen Multiplicator multiplicirt, wenn man ihn mit allen Theilen desselben multiplicirt.

3) Dieses geschieht aber nach der im §. 51. aufgestellten Regel; man multiplicirt da mit allen Ziffern des Multiplicators den ganzen Multiplicand.

4) Das Product, welches man durch die mit dem zweyten Ziffer des Multiplicators vorgenommene Multiplication erhält, wird, da man mit Zehnern multiplicirt, um eine Stelle zur linken Seite gerückt, dadurch erhält jedes Ziffer des Productes einen zehenmal größern Werth (§. 14); wie man mit dem dritten Ziffer des Multiplicators multiplicirt, rückt man das Product um zwey Stellen zur linken, dadurch erhält jedes Ziffer, indem man mit Hunderten multiplicirt, einen hundertmal größern Localwerth ꝛc.

5) Also wird der Multiplicand so oft gesetzt, als es die Einer, die Zehner, die Hunderte ꝛc. des Multiplicators anzeigen.

6) Somit ist der Multiplicand so oft gesetzt worden, als es der ganze Multiplicator anzeigt; woraus nun folgt, daß man nach der erwähnten Regel jedesmal das verlangte Product erhalte; weßhalb dieselbe wahr und allgemein giltig ist.

Im §. 52. ist 346 mit 5976 multiplicirt worden; es ist aber (§. 49.) 346 X 5976 = 5976 X 346; man hat da zum Producte erhalten 2'067.696; indem man den Multiplicand 5976 mit 346 multiplicirte; ferner 346 ist eben so viel, als 6 und 40 und 300, und 5976 X 6 = 35856; dann 5976 X 40 = 239040, endlich 5976 X 300 = 1'792.800; addirt man diese 3 Producte zusammen, so erhält man:

| | | | |
|---:|---|---:|---|
| 35856 | oder | 35856 | |
| 239040 | | 23904 | (nach §. 51.) |
| 1792800 | | 17928 | |
| 2067696 | | 2067696 | |

Man hat also, da man nach der Regel des §. 51. verfuhr, das verlangte Product wirklich erhalten; denn es ist:

$$
\begin{array}{ll}
 & 5976 = 5976 \\
\text{dann} & 346 = 300 + 40 + 6 \\
\hline
\text{daher} & 5976 \times 346 = 1792800 + 239040 + 35856 \\
 & \qquad = 35856 + 239040 + 1792800 \\
 & \qquad = 2'067.696.
\end{array}
$$

## §. 55.

### Regel der Multiplication, wenn die Factoren aus mehreren Ziffern bestehen, und am Ende Nullen haben.

1) Man multiplicire nach §. 51. allererst die Zahlziffern mit einander, und schreibe die Nullen nicht an, oder aber man denke sich, es seyen dieselben gar nicht da.

2) Dem erhaltenen Totalproducte, welches die Summe aller Partialproducte ist, füge man rechts am Ende so viele Nullen bey, als beide Factoren zusammen am Ende haben.

### Beyspiel:

Es sey 6'789.000 mit 2400 zu multipliciren:

1) Man denke sich die Nullen weg, setze 6789 als Multiplicand, und 24 als Multiplicator, man erhält:

$$
\begin{array}{r}
6789 \\
24 \\
\hline
27156 \\
13578\phantom{0} \\
\hline
162936
\end{array}
$$

4) Diesem Producte füge man so viele Nullen bey, als beide Factoren zusammen am Ende haben, man erhält dann das verlangte Product, nämlich:

$$6'789.000 \times 2400 = 16.293'600.000.$$

### Beweis:

Der Multiplicand 6'789.000 ist der drey angehängten Nullen wegen tausendmal größer, als

er ohne dieselben wäre, oder es ist 6'789.000 = 6789 X 1000, es muß also deßwegen auch das Product tausendmal größer werden; — ferner der Multiplicator 2400 ist der zwey angehängten Nullen wegen hundertmal größer, oder es ist 2400 = 24 X 100, und hundertmal 1000 giebt 100000 (§. 45. a.); es wird also wegen der den beiden Factoren am Ende beygefügten fünf Nullen das Product hunderttausendmal größer; d. h es müssen selbem am Ende fünf Nullen angehängt werden, weil dieses eben so viel ist, als es mit 100000 multipliciren (§. 53.).

Aus eben diesen Gründen müßte man dem Producte 4, 6, 8 ꝛc. Nullen beysetzen, wenn beide Factoren zusammen am Ende 4, 6, 8 ꝛc. Nullen hätten.

## §. 56.

### Regel der Multiplication, wenn in der Mitte der Factoren Nullen vorkommen.

1) Kommen in der Mitte des Multiplicands Nullen vor, so verfährt man nach den bisher gegebenen Regeln, wo dann immer, wenn man die Null mit einem Ziffer des Multiplicators multiplicirt, das Product Null wird, und die Null, wenn nichts zu ihr addirt werden soll, an die ihr zukommende Stelle geschrieben wird (§. 45. II. Zus.).

2) Kommen in der Mitte des Multiplicators Nullen vor, so umgehe man bey denselben die Nullen ganz, weil (§. 45. III. Zus.) jede Zahl mit 0 multtiplicirt zum Producte Null giebt, und es überflüssig wäre, die Nullen anzuschreiben, da sie bey der Addition der Partialproducte nichts verändern würden (§. 27. d.); bey der Multiplication der nachfolgenden Ziffern hat man dann vorzüglich darauf zu sehen, daß man mit jedem Partialpro-

ducte um eine, zwey, drey ꝛc. Stellen zur Linken rücket, je nachdem man von der Rechten zur Linken mit dem zweyten, dritten, vierten ꝛc. Ziffer des Multiplicators multiplicirt.

Beyspiel:

Es sey 4006 mit 5009 zu multipliciren; man erhält den aufgestellten Regeln gemäß:

```
    4006
    5009
   -----
   36054
   0000
  0000
 20030
--------
20066054
```

Weil die Nullen des zweyten und dritten Partialproductes, da sie ohne ein Zahlziffer sind, keinen Werth haben, so lasse man sie aus, und verfahre auf diese Weise:

```
Multiplicand      4006
Multiplicator     5009
               -------
                 36054
              20030
           ----------
Product       20066054
```

Die Richtigkeit des Verfahrens ist aus den vorigen §§. ersichtlich.

## §. 57.

### Regel der Multiplication, wenn mehr als zwey Factoren mit einander zu multipliciren sind.

Es ereignet sich öfters, daß mehrere Zahlen mit einander zu multipliciren sind, und somit mehr als zwey Factoren vorkommen.

In diesem Falle multiplicire man

1) Zwey beliebige Factoren, indem man die Stellen der Factoren verwechseln darf (§. 49.),

mit einander, ihr Product multiplicire man mit dem dritten Factor, dieses Product wieder mit dem nächstfolgenden Factor ꝛc.; dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man mit allen multiplicirt hat.

2) Zur ersten Multiplication nimmt man zwey Factoren, zu jeder folgenden immerhin nur einen neuen Factor, indem das jedesmal erhaltene Product als Multiplicand gesetzt wird.

3) Man hat da so oft zu multipliciren, als viel Factoren, einen davon weggerechnet, da sind; die Anzahl derselben weniger eins bestimmt daher die Anzahl der vorzunehmenden Multiplicationen.

Beyspiel:

Es seyen die Zahlen 4, 6, 8, 10 unter einander zu multipliciren:

1) Nehme man zwey beliebige Factoren, etwa 4 und 6, ihr Product ist 24; —

2) Dieses multiplicire man mit dem dritten Factor 8, man erhält: 24 X 8 = 192;

3) Dieses Product multiplicire man mit 10, man erhält: 192 X 10 = 1920.

Das nämliche Product erhält man, wenn man die Factoren in einer andern Ordnung multiplicirt, d. h. 4 X 8 X 6 X 10 = 10 X 4 X 8 X 6 = 4 X 6 X 8 X 10 = 1920. Daher ist auch z. B. „2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2 = 64."

Der Beweis hievon gründet sich auf dasjenige, was in den §§. 45. und 49. gesagt und erwiesen wurde.

§. 58.

Die Probe betreffend.

Die Probe der Multiplication wird gewöhnlich durch die Division gemacht; wovon in dem folgenden Abschnitte die Rede seyn wird.

Indessen kann man aber die Schüler gleich jetzt

mit der nachstehenden Probe, welche durch die Subtraction bewerkstelliget wird, bekannt machen.

1) Zur Probe vermindere man den Multiplicator um 1, d. h. man subtrahire davon 1;

2) Mit dem um 1 verkleinerten Multiplicator multiplicire man den vorigen Multiplicand;

3) Dieses Product subtrahire man vom vorigen Producte, man muß den Multiplicand zum Reste erhalten.

Weil man den Multiplicator um 1 verkleinert hat, so ist bey der zweyten Multiplication der nämliche Multiplicand einmal weniger gesetzt worden es ist also das zweyte Product um den Multiplicand kleiner, als das erste Product; weßhalb man denselben zum Reste erhalten muß.

Im Beyspiele des §. 52. hat man zum Producte die Zahl 2'067.696 erhalten. Den Multiplicator 346 verkleinere man um 1, man erhält 345. — Mit 345 multiplicire man den vorigen Multiplicand 5976, man erhält 2'061.720. — Dieses zweyte Product subtrahire man vom vorigen Producte:

| | | |
|---|---|---|
| Erstes Product | 2067696 | Minuend |
| Zweytes — | 2061720 | Subtrahend |
| Der Multiplicand | 5976 | Rest. |

## §. 59.

## Wiederholung in Fragen.

1) Was heißt multipliciren, und welche Rechnungsart versteht man unter der Multiplication? — 2) In welchem Sinne ist die Multiplication ganzer Zahlen eine kürzere Addition? — 3) Was heißt man Multiplicand, Multiplicator, Factor und Product? — 4) Durch welche Zeichen drückt man die Multiplication aus? — 5) Auf welche Grundsätze stützen sich die bey der Multiplication angeführten Beweise? — 6) Welche Rechnungsart kömmt bey Verfertigung der Multiplications-Tabelle in Anwendung? — 7) Wozu

dient das Einmaleins? — 8) Welche Fälle sind in diesem Abschnitte in Betreff der Multiplication vorgekommen? — 9) Wie kann man sich die Sache erleichtern, wenn die Factoren am Ende Nullen haben? — 10) Wie wird bey der Multiplication mittels der Subtraction die Probe gemacht?

§. 60.

## Beyspiele zur Uebung.

I.

Zu Traunstein in Baiern im Salzachkreise werden jährlich ungefähr 60 Salzsüde gemacht, und jedesmal gegen 2000 Centner Salz gewonnen; dagegen zu Hall im Innkreise werden täglich gegen 100 Centner Salz gewonnen; wie viel beträgt nun dieses an beiden Orten in einem Jahre?

II.

Aus Hall werden jährlich in die Schweitz allein über 24000 Fässer Salz, wovon jedes 5 Centner hält, ausgeführt; wie viel Salz kömmt auf diese Weise in die Schweitz?

III.

Der Umfang des ganzen Erdkörpers hält 360 Grade eines Erd-Meridians, und ein solcher Grad hat 15 deutsche, oder geographische Meilen. Wie viel solche Meilen hat nun die Erde in ihrem Umfange.

IV.

Nach dem erwähnten astronomischen Jahrbuche von Berlin für das Jahr 1811 ist die Sonne 1′448.000mal größer, als die Erdkugel, und der Planet Jupiter ist 1474mal, Saturnus 1030mal, und Uranus 83mal größer als die Erde; — wie groß sind nun nach dem kubischen Inhalte sowohl diese Planeten, als auch die Sonne, wenn wir annehmen, daß der körperliche Inhalt der Erde 2.659′310.190 Kubikmeilen betrage?

V.

Der Mond, welcher sich um die Erde als seinen Hauptplaneten bewegt, ist von derselben gegen 30

Erddurchmesser entfernt; — wie weit ist nun der Mond von der Erde entfernt, da es bekannt ist, daß ein Durchmesser der Erde beynahe 1720 deutsche oder geographische Meilen hat?

VI.

Jemand bezahlt für ein gewißes Kapital jährlich 50 fl. Zins; — wie groß ist nun die Summe, welche dafür als Zins vom 1ten Jäner 1784 bis zum 1ten Jäner 1813 bezahlt worden ist.

VII.

Bey der zu gleichen Theilen stattgehabten Vertheilung einer Erbschaft traf es jedem Erben 4728 fl.; — wie groß war nun die ganze Erbschaft, wenn es 12 Erben gewesen sind?

VIII.

Jemand bezieht jeden Monat eine Besoldung von 75 fl.; — wie viel beträgt dieses in 12 Monaten, d. h. in einem Jahre?

IX.

Das Product, das man erhält, wenn man die Zahlen von 1 bis 12 inclusive als: 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 mit einander multiplicirt, bestimmt, wie oft 12 Personen an einem Tische ihre Stellen verwechseln können; — wie oft kann dieses demnach geschehen?

X.

Die fleißigen Schüler, die bey mir während des jetzt laufenden Schuljahres 1812/13 in der Ober-Gymnasialklasse die Mathematik hören, haben sich die Mühe gegeben, nach den bey der Permutations- und Combinations-Lehre aufgestellten Lehrsätzen mittels einer 31mal vorgenommenen Multiplication zu bestimmen, wie oft bey den gewöhnlichen so genannten 32 deutschen Spielkarten die Stellen verwechselt werden können, und zum Resultate eine Zahl gefunden, die 36 Ziffern hat, und deren letztes zur Linken stehendes Ziffer somit nach seinem Localwerthe Hunderttausende der Quintillionen ausdrückt.

Welche ist nun wirklich diese große Zahl, da es bekannt ist, daß man bey 32 verschiedenen Dingen die möglichen Versetzungen — Verwechslungen ihrer Stellen erhalte, wenn man die von 1 angefangen natürlich fortlaufenden Zahlen bis auf 32 inclusive, als: 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . ꝛc. mit einander multiplicirt?

# V. Abschnitt.

## Von der Division.

### §. 61.

### Erklärungen.

a) Quotient (Quotus) heißt diejenige Zahl, welche anzeigt, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, oder was eines ist, wie oft eine Zahl von der andern weggezogen werden kann; z. B. 4 ist in 8, oder 4 fl. sind in 8 fl. zweymal enthalten, d. h. ich kann 4 von 8, oder 4 fl. von 8 fl. zweymal wegnehmen; deßwegen ist die Zahl 2, die dieses ausdrückt, der Quotient.

b) Dividend (Quantitas dividenda — die zu vertheilende Zahl) heißt diejenige Zahl, in welcher die andere, — und Divisor (Divisor — Theiler) jene Zahl, die in der vorigen so oft enthalten ist, als es der Quotient angiebt; z. B. wenn ich sage: 4 ist in 8, oder 4 fl. sind in 8 fl. zweymal enthalten, so sind 8 fl., oder 8 der Dividend, und 4, oder 4 fl. der Divisor.

c) Dividiren (divido — theilen) heißt sowohl diejenige Zahl finden, welche angiebt, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, als auch jene, welche so oft in der andern enthalten ist, als es der Quotient ausdrückt. — Wenn ich z. B. sage: 3 in 6

ist zweymal (2 mal) enthalten, so habe ich dividirt (getheilt), weil ich auf diese Weise die Zahl 2 finde, welche anzeigt, wie oft 3 in 6 enthalten ist.

Ich dividire aber auch, wenn ich z. B. 6 fl. unter 3 Personen zu gleichen Theilen vertheile, und somit durch die Rechnung bestimme, daß es einer Person 2 fl. trifft. — In diesem Falle finde ich durch die Division die Zahl 2 fl., welche in 6 fl. 3mal, mithin so oft enthalten ist, als es der Quotient 3 ausdrückt.

d) Division (Divisio — Theilung) ist demnach diejenige Rechnungsart, wodurch zum gegebenen Dividend und Divisor der Quotient, oder aber zum Dividend und Quotienten der Divisor gefunden wird.

Um dem gewöhnlichen Sprachgebrauche getreu zu bleiben, werde ich ebenfalls diejenige Zahl, welche durch die vorgenommene Division gefunden wird, jederzeit den Quotienten heißen, es mag dieselbe entweder der wirkliche Quotient, oder aber der gesuchte Divisor seyn, gleichwie ich immerhin die beiden zur Division gegebenen Zahlen mit den Ausdrücken Dividend und Divisor benennen werde.

Das Wort „Theilung" kömmt daher, weil der Quotient angiebt, in wie viele gleiche Theile die eine Zahl — der Dividend zu theilen ist, damit die andere — der Divisor so oft davon weggenommen werden kann, als es derselbe anzeigt. Wenn ich z. B. 8 mit 4 dividire, so erhalte ich die Zahl 2 als Quotienten; theile ich nun 8 in zwey gleiche Theile, so erhalte ich 2 mal 4, oder 4 † 4, davon kann nun 4 offenbar 2 mal weggenommen werden, um deswillen sagt man auch, es sey 4 in 8 zweymal enthalten.

e) Das Zeichen der Division besteht in zwey Puncten (:), wo dann links der Dividend und rechts der Divisor geschrieben wird; oder aber man schreibt den Dividend oben, und den Divisor unten hin, und macht zwischen beiden eine liegende Linie (Querstrich). Z. B. 8 : 4, oder $\frac{8}{4}$ heißt: 8 soll mit 4 divi-

dirt werden, es wird gelesen: 8 dividirt mit 4.

Besteht der Dividend, oder der Divisor, oder aber beide aus mehreren Theilen, so bedient man sich, wie bey der Multiplication, der sogenannten Einklammerungszeichen; z. B. (4 fl. † 6 kr. † 4 hl): 6, oder (4 fl. 6 kr. 4 hl.): 6 heißt, es soll die Summe von 4 fl., 6 kr. und 4 Hällern durch 6 dividirt werden.

I. Zusatz: Der Quotient bestimmt, wie oft der Divisor in dem Dividend enthalten ist, er zeigt also auch an, wie oft der Divisor gesetzt werden müsse, um den Dividend wieder zu erhalten. Der Divisor ist diejenige Zahl, die im Dividend so oft enthalten ist, als es der Quotient angiebt, daher heißt eine Zahl mit der andern dividiren auch eben so viel, als eine dritte Zahl finden, die mit der zweyten multiplicirt die erste wieder giebt, oder aber eine solche Zahl finden, die, wenn man mit ihr die zweyte Zahl multiplicirt, die erste wieder zum Producte giebt.

Um deswillen ist das Product des Divisors und Quotienten immerhin dem Dividend gleich, d. h., wenn man den Divisor mit dem Quotienten, oder umgekehrt diesen mit jenem, multiplicirt, so erhält man jederzeit wieder den Dividend zum Producte.

Wenn ich z. B. 8 fl. mit 4 dividire, so erhalte ich zum Quotienten 2 fl., und 2 fl. mit 4 multiplicirt geben zum Producte 8 fl. — Wenn ich aber 8 fl. mit 4 fl., oder 8 mit 4 dividire, so erhalte ich zum Quotienten die Zahl 2; multiplicire ich nun mit der Zahl 2 den Divisor 4 fl., oder 4, so erhalte ich wieder zum Producte 8 fl., oder 8. Der Grund hievon liegt in dem von der Multiplication aufgestellten Begriffe (§. 45. a.), indem 4 zweymal genommen 8, und 4 fl. zweymal gesetzt zum Producte 8 fl. geben.

II. Zusatz: Wenn man mit 1 dividirt, so erhält man den Dividend zum Quotienten; z. B. $6:1=6$, oder $\frac{6}{1}=6$; denn (§. 45. V. Zus.) $1 \times 6 = 6$;

6 bezeichnet eine Summe von 6 Einheiten, es muß also 1 in 6 sechsmal enthalten seyn. Daher sagt man: 1 dividirt, und multiplicirt nichts (§. 45. IV. Zus.)

III. Zusatz: Wenn man 0 mit einer Zahl dividirt, so ist der Quotient wieder 0, d. h., $0 : 8 = 0$, oder $\frac{0}{8} = 0$; denn $8 \times 0 = 0$ (§. 45. III. Zus.); die Null zeigt an, daß nichts da ist, es kann also auch nichts vertheilt werden, und kein Quotient zum Vorscheine kommen, welches eben, indem man die Null als Quotienten schreibt, durch dieselbe ausgedrückt wird.

IV. Zusatz: Jede Zahl ist in sich selbst einmal enthalten; z. B. 8 in 8 geht einmal, oder $8 : 8 = \frac{8}{8} = 1$; denn $8 \times 1 = 8$ (§. 45. IV. Zus.), und (§. 10. Nro. 1.) jede Zahl ist sich selbst gleich, sie kann also in sich selbst nur einmal enthalten seyn; wenn daher der Dividend, und der Divisor gleich sind, so ist der Quotient 1.

## §. 62.

### Grundsätze der Division.

I. Gleiches mit Gleichem dividirt giebt Gleiches; z. B.

Dividend $8 = 8$
Divisor $4 = 4$

Quotient $\frac{8}{4} = \frac{8}{4}$, oder $2 = 2$.

Wie auf der ersten Seite 4 in 8 zweymal, eben so oft muß 4 in 8 auch auf der zweyten Seite enthalten seyn; weßwegen die Quotienten gleich sind.

II. Bey gleichen Dividenden giebt der kleinere Divisor den gößern Quotienten; z. B.



Bayerische Staatsbibliothek München

$$\begin{array}{lc} \text{Dividend} & 8 = 8 \\ \text{Divisor} & \underline{2 < 4} \\ \text{Quotient} & \frac{8}{2} > \frac{8}{4}, \text{ oder } 4 > 2, \end{array}$$

weil die kleinere Zahl 2 in dem Dividend 8 öfters enthalten seyn muß, als 4 im nämlichen Dividend 8. Im ersten Falle wird 8 in weniger gleiche Theile getheilet, und eben deßwegen ist auch der erste Quotient größer.

III. Bey geichen Divisoren giebt der größere Dividend den größern Quotienten; z. B.

$$\begin{array}{lc} \text{Dividend} & 8 > 4 \\ \text{Divisor} & \underline{2 = 2} \\ \text{Quotient} & \frac{8}{2} > \frac{4}{2}, \text{ oder } 4 > 2, \end{array}$$

weil die nämliche Zahl 2 im größeren Dividend auch öfters enthalten ist.

IV. Der größere Dividend giebt mit dem kleinern Divisor den größern Quotienten; z. B.

$$\begin{array}{lc} \text{Dividend} & 8 > 4 \\ \text{Divisor} & \underline{2 < 4} \\ \text{Quotient} & \frac{8}{2} > \frac{4}{4}, \text{ oder } 4 > 1, \end{array}$$

weil offenbar die kleinere Zahl 2 in der größeren Zahl 8 öfters, als 4 in 4, enthalten ist.

§. 63.

Lehrsatz:

Ein Factor ist im Producte so oft enthalten, als es der andere Factor anzeigt, d. h., wenn man das Product mit einem beliebigen Factor dividirt, so erhält man den andern Factor zum Quotienten; z. B. 5 multiplicirt mit 4 giebt 20; es ist also 5 im Producte viermal, und 4 in demselben fünfmal enthalten.

Beweis:

1) Wird der Multiplicand mit dem Multiplicator multiplicirt, so wird er so oft gesetzt, als es derselbe anzeigt (§. 45. a.); es muß also bey ganzen Zahlen (von Brüchen ist hier die Rede noch nicht) der Multiplicand im Producte so oft enthalten seyn — er kann davon so oft weggenommen werden, als die Einheit (1) im Multiplicator enthalten ist.

2) Verwechselt man die Stellen der Factoren, so erhält man nach §. 49. das nämliche Product; es wird da der vorige Multiplicator so oft gesetzt, als es der vorige Multiplicand, welcher jetzt Multiplicator ist, anzeigt; es ist also auch der Multiplicator im Producte so oft enthalten, als es der Multiplicand anzeigt.

Im §. 49. hat man 5 a viermal gesetzt, und dadurch 20 a bekommen; man sieht da offenbar, daß die 5 a in den 20 a viermal, und die 4 a in denselben fünfmal enthalten sind; die Reihe von 5 a kann man viermal, und die Reihe von 4 a kann man fünfmal von 20 a wegnehmen.

I. Zusatz: Bey der Division giebt der Dividend durch den Quotienten dividirt den vorigen Divisor wieder; denn wenn man den Divisor mit dem Quotienten multiplicirt, so erhält man den Dividend wieder (§. 61. I. Zus.); es ist aber ein Factor im Producte so oft enthalten, als es der andere Factor anzeigt (§. 63.), also muß auch der Dividend durch den Quotienten dividirt den vorigen Divisor wieder geben; z. B. 8 dividirt durch 2 giebt 4, oder $\frac{8}{2} = 4$, weil nun $2 \times 4 = 8$, so muß auch 8 dividirt durch 4 wieder 2 geben.

II. Zusatz: Eine Zahl bleibt unverändert, wenn man sie mit der nämlichen Zahl multiplicirt, und dividirt; z. B. 8 mit 6 multiplicirt giebt 48, und 48 mit 6 dividirt giebt wieder 8, oder $8 = \frac{8 \times 6}{6} = \frac{48}{6} = 8$.

Es wird hier die erste Zahl mit der andern multiplicirt. Wenn man nun das Product mit dieser dividirt, so muß man wieder die vorige Zahl erhalten (§. 63.).

§. 64.

**Lehrsatz:**

**Der Quotient bleibt unverändert, wenn man den Dividend und den Divisor mit der nämlichen Zahl multiplicirt, oder beide mit der nämlichen Zahl dividirt.**

**Beweis:**

Multiplicirt man beide mit der nämlichen Zahl, so werden beide gleich oft gesetzt; dividirt man beide mit der nämlichen Zahl, so werden beide in gleich viele Theile getheilt; ist nun diese Zahl 1, so bleiben, weil 1 nichts multiplicirt und dividirt, beide — der Dividend und der Divisor — unverändert; ist es aber eine ganze Zahl, die größer ist als 1, so wird auch der Divisor 2, 3, 4 ꝛc. mal größer oder kleiner, je nachdem der Dividend 2, 3, 4 ꝛc. mal größer oder kleiner geworden ist; es ist also immerhin wieder der Divisor in seinem Dividend eben so oft enthalten; z. B. $\frac{8}{4} = 2$; nun multiplicire man beide mit 3, so erhält man $\frac{24}{12} = 2$, oder man dividire beide mit 2, man erhält wieder $\frac{4}{2} = 2$, oder $\frac{8}{4} = \frac{8 \,.\, 3}{4 \,.\, 3} = \frac{24}{12} = 2$, dann $\frac{8}{4} = \frac{8 : 2}{4 : 2} = \frac{4}{2} = 2$, und 8 : 4 ist ebenfalls gleich 2.

§. 65.

**Regel der Division, wenn der Dividend ein oder zwey Ziffern, der Divisor aber nur ein Ziffer hat.**

1) Wird der Dividend nur mit 2 Ziffern ge-

schrieben, und der Divisor nur mit einem, so ist jener kleiner als 100, und dieser nicht größer als 9.

2) Der Quotient mit dem Divisor multiplicirt giebt den Dividend wieder (§. 61. I. Zus.)

3) Ein Factor ist im Producte so oft enthalten, als es der andere Factor anzeigt (§. 63.)

4) Daher sind die in der Multiplications-Tabelle des §. 47. vorkommenden Producte der Art, daß jedes derselben als Dividend betrachtet werden kann, während man dann links in der Linie A C den Divisor, und oben in der Linie a b den Quotienten hat.

5) Man suche nun links den Divisor des gegebenen Beyspieles, und fahre von diesem in gerader Linie rechts hinein, bis man auch den Dividend hat, so steht dann oben in der Linie a b der gesuchte Quotient.

6) Wäre der Dividend in der Tabelle nicht anzutreffen, so nehme man von der nächst kleinern Zahl den Quotienten.

Die Richtigkeit des Verfahrens erhellet aus den §§. 61. 63.

Anmerkung: Für jene Fälle, wo der Divisor aus einem, und der Dividend aus 2 Ziffern besteht, und in der erwähnten Tabelle der Quotient nicht gefunden wird, z. B. wenn man 60 mit 4 dividiren soll, folgt die Regel im nachstehenden §.

## Beyspiel I.

Man finde, wie oft 6 in 48 enthalten ist:

1) Suche man in der Reihe A C den Divisor 6;

2) Nun fahre man in der Linie m n rechts hinein, bis man den Dividend 48 hat;

3) Und nehme die in der verticalen Reihe oben stehende Zahl 8 zum Quotienten;

Weil 6 X 8 = 48, so ist auch 6 in 48 achtmal enthalten, und also 8 der Quotient.

Beyspiel II.

Man finde, wie oft 9 in 60 enthalten ist:

1) Suche man in der Reihe A C den Divisor 9;

2) Fahre man in der Linie s t rechts hinüber, so findet man die Zahl 60 nicht; 60 liegt aber zwischen 54 und 63, man nehme also von 54 den oben stehenden Quotienten 6;

3) Nun sage man: 9 mal 6, oder 6 mal 9 giebt 54, 54 von 60 abgezogen giebt zum Reste 6, d. h. 9 in 60 ist 6 mal enthalten — es läßt sich davon 6 mal wegnehmen, und es bleibt noch 6 übrig.

Anmerkung: Man lasse die Schüler zur Erleichterung des Dividirens das Einmaleins in Form einer Divisions-Tabelle auswendig lernen; z. B. 2 in 4 geht 2 mal, 2 in 6 geht 3 mal, 2 in 8 geht 4 mal ꝛc.

§. 66.

Regel der Division, wenn der Divisor aus einem, und der Dividend aus 2, oder überhaupt aus mehreren Ziffern besteht.

1) Ist der Divisor eine Zahl, die nicht größer ist, als das erste links stehende Ziffer des Dividends, so erhält man im Quotienten eben so viele Ziffern, als der Dividend hat. — Ist aber der Divisor größer, als dieses Ziffer, so erhält der Quotient um ein Ziffer weniger.

2) Schreibe man den Dividend links, ziehe rechts an demselben einen Verticalstrich von oben nach unten, dann von diesem aus von der linken

zur rechten Seite einen horizontalen Strich, oberhalb schreibe man den Divisor, und unterhalb den Quotienten hin.

3) Die Division geschieht von der linken zur rechten Seite; man nimmt also links so viele Ziffern (ohne auf den Localwerth zu sehen, den sie der noch folgenden Ziffern wegen haben), daß der Divisor in denselben wenigstens einmal enthalten ist.

4) Nun dividire man nach §. 65. und schreibe den Quotienten unter den Divisor.

5) Den gefundenen Quotienten multiplicire man mit dem Divisor, schreibe das Product unter die zur Division genommenen Ziffern, und ziehe es davon ab.

6) Zum Reste setze man das nächste Ziffer des Dividends, bezeichne dieses durch einen unterhalb gezogenen Strich, und dividire nun wieder mit dem nämlichen vorigen Divisor. Diesen neuen Quotienten setze man rechts neben den vorigen Partial-Quotienten hin, man multiplicire mit demselben den Divisor, ziehe das Product ab, und setze dem Reste das nächste Ziffer des Dividens bey.

7) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man alle Ziffern des Dividends heruntergesetzt, und man somit alle Ziffern des Dividends mit dem nämlichen Divisor dividirt hat.

8) Sollte man einmal, da man dem Reste das nächstfolgende Ziffer beygesetzt hat, nicht dividiren können, so setze man im Quotienten eine Null, und nehme das nächstfolgende Ziffer dazu.

9) Bleibt zuletzt noch ein Rest, so füge man ihn dem Quotienten bey, und setze den Divisor

darunter, nachdem man einen Querstrich, der das Divisionszeichen ist, gezogen hat.

10) Würde einmal der Rest so groß oder noch größer seyn, als der Divisor, so ist dann der Quotient zu klein, und muß größer genommen werden; wäre aber einmal ein Product zu groß, und man könnte nicht abziehen, so wäre dann der Quotient zu groß und müßte kleiner genommen werden.

### §. 67.

### Anwendung dieser Regel.

Es sey 824 mit 4 zu dividiren:

1) Schreibe man 824 links, und dann nebenhin rechts oben den Divisor

```
               | 4  Divisor
Dividend  824  |----
               |
```

2) Sage man: 4 in 8 geht 2 mal; man schreibe als Quotienten rechts unten hin, dann multiplicire man damit den Divisor, und ziehe das Product vom ersten links stehenden Ziffer ab, da eben dieses, weil der Divisor 4 nicht größer ist als 8, zur ersten Division genommen wird; zum Reste (hier ist derselbe gleich Null) setze man dann 2:

```
  824 | 4
  8|  |----
 ---- | 2
  -2
```

3) 4 in 2 geht nicht, man schreibe also Null, und setze das nächste Ziffer herunter; sage dann: 4 in 24 geht 6 mal, 4 mal 6 ist 24, 24 von 24 hebt sich auf, man erhält:

```
               | 4   Divisor
Dividend  824  |---------
          8||  | 206 Quotient.
         -----
          -24
           24
         -----
           =
```

Daher ist 824 : 4 = 206, oder $\frac{824}{4} = 206$.

Wenn man nach dieser Regel z. B. 8642 mit 3 dividirt, so erhält man $2880\frac{2}{3}$, d. h. 2880 und 2 als Rest, der noch mit 3 dividirt werden muß; wie dieses geschieht, wird bey den Brüchen gezeigt werden.

## §. 68.

### Regel der Division, wenn der Divisor und der Dividend aus wie immer vielen Ziffern bestehen.

1) Man schreibe jetzt den Divisor links unter den Dividend, und nehme auf dieser Seite so viele Ziffern des Dividends, daß der Divisor wenigstens einmal darin enthalten ist.

2) Ist das erste links stehende Ziffer des Divisors kleiner, oder eben so groß, als das erste Ziffer des Dividends, so dividire man, indem man bey der linken Seite anfängt, mit jenem dieses Letztere, und sehe dabey bloß auf den natürlichen Werth der Ziffern.

3) Nun untersuche man, ob der erste Partial-Quotient (indem das erste Ziffer des Quotienten nur ein Theil des ganzen Quotienten ist) nicht zu groß genommen ist. Dieses erfährt man, wenn man, ohne die Zahlen anzuschreiben, gleich im Kopfe

a) den ersten Partial-Quotienten mit dem ersten Ziffer des Divisors multiplicirt, und von dem ersten Ziffer des Dividends abzieht;

b) den Rest nehme man zehenfach, zähle ihn zum folgenden Ziffer des Dividends, und dividire nun diese Summe mit dem zweyten

Ziffer des Divisors, man muß wieder den vorigen Partial=Quotienten erhalten;

c) den jetzigen Rest, den man nach der vorgenommenen Subtraction erhält, nehme man wieder zehenfach, und verfahre auf die vorige Weise;

d) erhält man einmal einen Rest, der größer ist als 9, dann darf man die Untersuchung nicht mehr fortsetzen, weil jetzt der angenommene erste Partial=Quotient nicht mehr zu groß seyn kann.

4) Ist der Divisor der Art, daß er in eben so vielen zur Division genommenen Ziffern, als er selbst hat, nicht einmal enthalten ist, so nehme man vom Dividend um 1 Ziffer mehr, er ist darin wenigstens einmal enthalten, dividire nun mit dem ersten Ziffer des Divisors die beiden ersten Ziffern des Dividends, und stelle dann die eben erwähnte Untersuchung an, damit man es zum voraus weiß, daß der angenommene Partial=Quotient nicht zu groß ist.

5) Mit diesem ersten Ziffer des Quotienten multiplicire man den ganzen Divisor, subtrahire das Product von den zur Division genommenen Ziffern, und setze dem Reste das nächstfolgende Ziffer des Dividends bey.

6) Nun dividire man auf die eben angegebene Weise, und setze das Verfahren so lange fort, bis man alle Ziffern der Dividends herabgesetzt, und also den ganzen Dividend dividirt hat.

7) Sollte man einmal den Rest, nachdem man ihm das nächste Ziffer des Dividends beygesetzt

hat, nicht dividiren können (welcher Fall sich dann ergiebt, wenn der Divisor größer ist, als die zur Division vorhandenen Ziffern), so setze man als Quotienten Null, und setze dann das folgende Ziffer herunter.

8) Weil man nach Nro. 3. im Kopfe subtrahiren muß, so setze man, um dieses zu erleichtern jedesmal den Divisor unter den Rest, nachdem man diesem das folgende Ziffer beygefügt hat. — Auch hier muß der Rest immer kleiner seyn als der Divisor, weil sonst der Partial-Quotient zu klein wäre; gleichwie dieser zu groß wäre, wenn man das Product nicht abziehen könnte.

9) Bleibt zuletzt ein Rest, und es ist im Dividend kein Ziffer mehr übrig, so ist dann die Division beendet, und man setzt den Rest, wie er noch durch den Divisor dividirt werden soll, dem Quotienten bey. — Auch hier bezeichne man die zur Division herunter gesetzten Ziffern des Dividends unten mit einem Striche.

## §. 69.

### Anwendung dieser Regel.

Es sey 2'067.696 durch 5976 zu dividiren.

### Auflösung:

Weil hier der Divisor 5976 in den ersten 4 Ziffern des Dividends 2067 nicht ein ganzes Mal (einmal), oder wie man sich gewöhnlich ausdrückt, nicht enthalten ist, so nehme man zur ersten Division die 5 links stehenden Ziffern des Dividends 20676, und schreibe nun, da die Zahl 20676 um ein Ziffer mehr hat, als der Divisor 5976, die Ziffern so unter einander, daß 5 unter 0, 9 unter 6 rc. zu stehen kömmt.

Wäre aber der Divisor in so vielen zur Division genommenen Ziffern, als er selbst hat, wenigstens ein-

mal (ein ganzes Mal) enthalten, so müßte man den Divisor unter diese Ziffern von der Linken zur Rechten der Ordnung nach anschreiben, wo dann unter das erste Ziffer derselben das erste Ziffer des Divisors zu stehen kommen würde.

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 2067696 | |
| Divisor | :5976 | |

1) Man sage nun: 5 in 20 geht 4 mal, aber 9 in 6 geht nicht 4 mal, daher ist der Partial-Quotient 4 zu groß, man nehme also 3, 5 in 20 geht 3 mal, 3 mal 5 ist 15, 15 von 20 bleibt 5, 9 in 56 muß auch 5 mal gehen, 5 mal 9 ist 45, 45 von 56 bleibt 11, also eine Zahl, die schon größer ist als 9, man darf also mit 7 und 6 nicht mehr die Untersuchung fortsetzen; den Partial-Quotienten 3 schreibe man rechts, multiplicire damit den ganzen Divisor, ziehe das Product von den zur Division genommenen Ziffern ab, und setze dem Reste das folgende Ziffer bey:

| | | |
|---|---|---|
| | 2067696 | 3 |
| | :5976 | |
| Product | 17928 | |
| Rest | 27489 | |
| Divisor | :5976 | |

2) Man sage nun: 5 in 27 geht 5 mal, weil aber 5 zu groß ist, da 9 in 24 nicht 5 mal enthalten ist, so nehme man 4 als den zweyten Partial-Quotienten, und verfahre auf die vorige Weise:

| | | |
|---|---|---|
| | 2067696 | 34 |
| | :5976 | |
| | 17928 | |
| | 27489 | |
| | :5976 | |
| Product | 23904 | |
| Rest | 3585 | |

3) Zum Reste setze man wieder das folgende Ziffer, und verfahre auf die angegebene Weise:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 2067696 | 346 Quotient |
| Divisor | :5976 | |
| | 17928 | |
| | 27489 | |
| Divisor | :5976 | |
| | 23904 | |
| | 35856 | |
| Divisor | :5976 | |
| Product | 35856 | |
| Rest | — — | |

Man erhält also 2067696 : 5976 = 346.

### §. 70.

**Beweis, die in den §§. 66. 68. angeführten Regeln betreffend.**

1) Alle Theile zusammen geben das Ganze, es wird also der ganze Dividend mit dem Divisor dividirt werden, wenn man alle Theile des Dividends dividirt;

2) Nun aber dieses geschieht eben, wenn man nach den in den §§. 66. 68. aufgestellten Regeln verfährt;

3) Also ist die Summe der Partial-Quotienten der gesuchte Quotient des ganzen Dividends und Divisors, d. h., man erhält dadurch wirklich eine Zahl, welche anzeigt, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist.

4) Hat man den Divisor unter den Dividend links hin geschrieben, so folgen im Quotienten noch eben so viele Ziffern, als viele vom Dividend rechts noch übrig sind; man darf also auf jenen Localwerth nicht sehen, der sich wegen der im Dividend noch folgenden Ziffern ergiebt.

### §. 71.

**Regel der Division, wenn der Dividend und der Divisor am Ende Nullen haben.**

1) Man schneide vor der Division bey beiden gleich viele Nullen weg;

2) und verrichte nun die Division auf die vorige Weise, wo dann, wenn auch ein Rest bleiben sollte, die weggeschnittenen Nullen nie wieder dazu zu rechnen sind.

Es sey z. B. 16.293'600.000 durch 6'789.000 zu dividiren; man schneide also beiderseits drey Nullen weg, und dividire dann 16293600 durch 6789, man erhält 2400 als Quotienten.

Grund des Verfahrens.

1) Bey beiden — dem Dividend und Divisor — gleich viele Nullen wegschneiden, heißt eben so viel, als sie mit der nämlichen Zahl — mit 1 sammt angehängten Nullen, als „10, 100, 1000 ꝛc." — dividiren;

2) der Quotient bleibt unverändert, wenn man den Dividend und Divisor mit der nämlichen Zahl dividirt (§. 64.)

3) also erhält man auch den wahren Quotienten, wenn man gleich vor der Division im Dividend und Divisor gleichviele Nullen wegschneidet, und diese gar nicht mehr in Anschlag nimmt.

§. 72.

Regel der Division, wenn nur der Dividend am Ende Nullen hat.

1) Man dividire ganz auf die angegebene Weise, ohne daß man die Nullen wegschneidet.

2) Erhält man einmal nach vorgenommener Subtraction keinen Rest, so ist die Division beendet.

3) Man setze nun dem Quotienten so viele Nullen bey, als viele noch im Dividend übrig sind.

Beyspiel:

Es sey 288000 durch 48 zu dividiren.

Auflösung:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 288000 | 6 |
| Divisor | :48 | |
| Product | 288 | |

Man setze also zu 6 noch 3 Nullen hin, man erhält 288000 : 48 = 6000.

Weil noch 3 Nullen im Dividend sind, so ist der Dividend 1000 mal größer, als er es ohne dieses seyn würde, es muß also eben deßwegen der Quotient 1000 mal größer werden, d. h., man muß ihn noch mit 1000 multipliciren, welches durch die beygesetzten 3 Nullen geschieht (§. 53.)

## §. 73.

### Regel der Division, wenn nur der Divisor am Ende Nullen hat.

1) In diesem Falle schneide man im Divisor die Nullen weg, und auch im Dividend von der rechten zur linken Seite so viele Ziffern, als der Divisor Nullen hat.

2) Die noch übrigen Ziffern dividire man nach §. 68.

3) Dem Quotienten füge man den letzten Rest, wenn sich einer ergiebt, bey, nachdem man ihm die im Dividend weggeschnittenen Ziffern beygesetzt hat; ist kein Rest zuletzt geblieben, so setze man bloß diese weggeschnittenen Ziffern bey, und setze darunter den ganzen Divisor, nachdem man vorhin den Querstrich gezogen hat, zum Zeichen, daß der Rest mit dem ganzen Divisor noch dividirt werden soll.

4) Würde der Divisor nur 1 mit angehängten Nullen seyn, dann unterbleibt die Division.

Der Grund des Verfahrens geht aus dem Gesagten hervor.

Beyspiel:

Es sey 289345 durch 4000 zu dividiren.

Auflösung:

1) Vom Divisor schneide man die 3 Nullen weg, und vom Dividend die letzten 3 Ziffern, als „345."

2) Man dividire 289 durch 4, man erhält zum Quotienten 72 sammt dem Reste 1, zu diesem setze man die abgeschnittenen Ziffern 345, man erhält:

$$289345 : 4000 = 72 \frac{1345}{4000}$$

Wird man z. B. 45967 durch 100 dividiren, so erhält man zum Quotienten 459 $\frac{67}{100}$ oder

$$45967 : 100 = 459 \frac{67}{100}$$

§. 74.

Zweyfache Probe der Division.

A) Durch Division.

Wenn bey der Division kein Rest geblieben ist, so dividire man mit dem Quotienten den Dividend, man muß den Divisor erhalten; ist aber bey der Division ein Rest geblieben, so dividire man ebenfalls den Dividend, nachdem man diesen Rest vorhin davon abgezogen hat, mit der ganzen Zahl des Quotienten, man muß auch wieder den vorigen Divisor erhalten.

Beweis:

1) Der Divisor mit dem ganzen Quotienten multiplicirt giebt den Dividend wieder (§. 61. 1. Zus.)

2) Ein Factor ist im Producte so oft enthalten, als es der andere Factor anzeigt (§. 63.).

3) Also muß auch der Dividend, wenn der Rest, im Falle einer blieb, vorhin davon abgezogen worden ist, mit dem Quotienten dividirt, in soferne er eine ganze Zahl ist, genau den vorigen Divisor wieder geben.

Im

Im §. 69. hat man zum Quotienten 346 erhalten; dividirt man damit den nämlichen Dividend 2'067.696 so erhält man wieder 5976.

B) Durch Multiplication.

Man multiplicire den Quotienten mit dem Divisor, und addire dem Producte den zuletzt erhaltenen Rest.

Der Grund des Verfahrens liegt im I. Zus. des §. 61.

Man findet daher für die in den §§. 69, 712. vorkommenden Beyspiele die Probe der Division in den §§. 52, 55.

Im Beyspiele des vorigen §. ist 72 der Quotient, und 1345 der zuletzt gebliebene Rest. Man multiplicire nun 72 mit dem Divisor 4000, und addire zum Producte den Rest 1345, man erhält wieder den Dividend 289345; oder aber man subtrahire den Rest 1345 vom Dividend 289345, die dadurch erhaltene Zahl 288000 dividire man mit dem Quotienten 72, man erhält zum neuen Quotienten die Zahl 4000, welche bey der ersten Division der Divisor gewesen ist.

§. 75.

Probe der Multiplication durch die Division

1) Man dividire mit dem Multiplicand das Product, man erhält den Multiplicator; oder aber

2) man dividire mit dem Multiplicator das Product, man erhält wieder den Multiplicand (§. 63.).

Für die in den §§. 52, 55. vorkommenden Beyspiele geben die §§. 69, 71. die Probe.

3) Hat man das Product dadurch erhalten, daß man mehr als 2 Factoren mit einander multiplicirte, so multiplicire man zur Probe nach §. 57.

abermal alle Factoren mit Ausnahme eines beliebigen Factors, und dividire das erste Product durch das jetzt erhaltene Product, es muß, im Falle die Rechnung richtig ist, jener Factor, mit dem man bey der zweyten Multiplication nicht mehr multiplicirte, als Quotient zum Vorscheine kommen.

## §. 76.

### Wiederholung in Fragen.

1) Was will dieses sagen: Zahlen mit einander dividiren? — 2) Was ist der Quotient, der Dividend, und der Divisor? — 3) Woher kommen die Ausdrücke: Quotient, Dividend und Divisor? — 4) Was ist die Division? — 5) Welche Rechnungs-Arten kommen bey der Division in Anwendung? — 6) Warum kann das Einmaleins zugleich auch als Divisions-Tabelle benützt werden? — 7) Warum bleibt der Quotient unverändert, wenn man den Dividend und den Divisor mit der nämlichen Zahl multiplicirt, oder dividirt? — 8) Wie kann man wissen, daß der jedesmal genommene Partial-Quotient weder zu groß noch zu klein ist? — 9) Wie kann man sich beym Dividiren die Arbeit abkürzen, wenn am Ende Nullen vorkommen? — 10) Nach welcher Regel dient sich die Division und Multiplication wechselweise zur Probe?

## §. 77.

### Beyspiele zur Uebung.

I.

Nach der Berechnung des Herrn Directors Seyffer — königl. Sternwarte München den 1ten Dezember 1811, durchlief der große Komet des Jahres 1811 in den ersten Tagen des Dezembers in seiner Bahne täglich, d. h., in 24 Stunden 306800 deutsche Meilen; — wie weit kam nun derselbe in einer Stunde.

II.

Zufolge vorgenommener Vermessungen ist die königliche Haupt- und Residenzstadt München von Regensburg in gerader Linie 347717 baierische Schuh entfernt; wie viel beträgt diese Entfernung baierische Meilen und Stunden, da bekanntlich die baierische Chaussee-Meile 25406, und die Stunde 12703 baierische Schuh hat?

III.

Die Bevölkerung von Baiern beträgt gegenwärtig gegen 3'674.634, und von Würtemberg 1'248.413 Einwohner, und die Größe dieses Königreiches ungefähr 370, hingegen aber jene von Baiern gegen 1730 Quadratmeilen; wie viele Menschen treffen nun auf eine Quadratmeile in diesen beiden Königreichen?

IV.

Sechs Personen haben mit einander zu gleichen Theilen 10368 fl. zu vertheilen; wie viel trifft es jeder?

V.

Die Knochen in dem menschlichen Körper wiegen gewöhnlich den dritten Theil von der Schwere des ganzen Körpers; wenn nun jemand 180 Pfund schwer ist, was wiegen seine Knochen?

VI.

Für 40488 fl. sollen 6 Häuser, derer alle vom nämlichen Werthe sind, gebaut werden; wie viel wird auf ein Haus gerechnet?

VII.

Julius Cäsar führte zuerst zu Rom das Sonnen-Jahr ein, und rechnete es genau auf 365 Tage und 6 Stunden, ein Schaltjahr aber auf 366 Tage, weßwegen das vierte allezeit ein Schaltjahr ist. Wie viel solche Schaltjahre sind nun nach Cäsar's Einrichtung seit Christi Geburt bis auf das Jahr 1813 schon gewesen?

VIII.

Man schätzt (§. 23. II.) die Größe von Europa ungefähr auf 170000 Quadratmeilen, und die Anzahl

der Einwohner auf 170′000.000 Menschen, die Größe von Asien auf 700000, und die Anzahl der Einwohner auf 300 bis 500 Millionen, die Größe von Afrika auf 530000, und die Anzahl der Einwohner auf 100 bis 200 Millionen, die Größe von Amerika auf 800000 und die Anzahl der Einwohner auf 300′000.000, und endlich die Größe von Australien auf 200000 Quadratmeilen, und die Anzahl der Einwohner auf 2′000.000 Menschen.

Wie viele Einwohner treffen nun zufolge dieser Angabe in jedem der eben benannten 5 Erdtheile auf eine Quadratmeile?

Anmerkung: Die meisten der sowohl in diesem §., als auch im §. 60. angeführten Multiplications- und Divisions- Beyspiele sind eigentlich solche Aufgaben, die, wie man in der Folge sehen wird, zur so genannten Regel-Detri gehören. Dessen ungeachtet konnte ich sie doch zur Uebung ohne Bedenken gleich jetzt aufstellen, weil es theils aus dem Inhalte des jedesmaligen Abschnittes, theils aus den vorliegenden Aufgaben selbst ersichtlich ist, daß sie durch eine bloße Multiplication, oder Division aufgelöst werden müssen.

## I. Bemerkung.

### Ob und in wie ferne die vier Grund-Rechnungsarten zu versinnlichen seyen.

#### A) In Betreff der Addition.

Aus den über die Addition ganzer Zahlen aufgestellten Regeln ist ersichtlich, daß, indem jede Zahl eine Summe von Einern, Zehnern, Hunderten ꝛc. ist, jederzeit sowohl die vorkommenden Einer, als auch die Zehner, die Hunderte ꝛc. dadurch addirt werden, daß man die an der Stelle der Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe zusammenzählet.

Der Lehrer hat demnach, im Falle seine Schüler damit noch nicht vertraut seyn sollten, seyn Augenmerk bloß dahin zu richten, daß er denselben mit Berücksichtigung der dabey vorkommenden möglichen Verbindungen sowohl die Summen der ersten 9 Zahlen von

0 bis 9, welche in der angeführten Additionstabelle (§. 27.) ausgesetzt sind, und zugleich auch jene begreiflich und anschaulich macht, die man erhält, wenn zu jeder gegebenen Zahl eines der bekannten 9 Zahlziffern, bey welchen man nur auf den natürlichen Werth sieht, oder auch die Null hingezählet wird.

Ist es z. B. dem Schüler durch gewiße Versinnlichungsmitteln begreiflich gemacht, daß 5 und 3 zur Summe 8, oder aber 24 und 5 zur Summe 29 geben müsse, so wird er auch eben so deutlich einsehen, daß 5 Zehner und 3 Zehner zur Summe 8 Zehner, oder aber daß 24 Tausend und 5 Tausend zur Summe 29 Tausend geben müssen. Ferner aus dem zur Bestimmung des Localwerthes im §. 14 aufgestellten allgemeinen Gesetze ist es dem Schüler nicht weniger einleuchtend, daß z. B. 24 Einer 2 Zehner und 4 Einer geben, und man somit, anstatt 24 Einer zu schreiben, 4 an die Stelle der Einer setzen könne, während man dann zugleich die 2 Zehner zu den an der nächsten Stelle vorkommenden Zehnern addirt.

### B) In Betreff der Subtraction.

In der angeführten Subtractionstabelle (§. 35.) sind alle diejenigen Fälle berührt, wo entweder die Null, oder eines der bekannten 9 Zahlziffern von den ersten 10 Zahlen subtrahirt wird.

Bey der wirklichen Subtraction besteht der Minuend und der Subtrahend nur aus einer Zahl, indem die Theile beider, wenn es die Aufgabe erfordert, vorhin durch Addition in eine Summe zu bringen sind.

Zufolge der aufgestellten Subtractions-Regeln werden die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern ꝛc. subtrahirt, indem die an der Stelle der Einer, der Zehner ꝛc. stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe von einander, oder auch, im Falle man entlehnen muß, von den Zahlen 10, 11, 12 ꝛc. so bis 18 fortgesetzt, subtrahirt werden.

Der Lehrer hat demnach nur darauf zu sehen, daß er dem Schüler diese Subtractionsacte versinn-

lichet, wodurch dann demselben die Sache ganz deutlich gemacht wird.

Wenn z. B. der Schüler einmal weiß, daß 6 von 9 subtrahirt zum Reste die Zahl 3 geben müsse, so weiß er auch, z. B. daß 6 Tausend von 9 Tausend subtrahirt zum Reste 3 Tausend geben müssen.

C) In Betreff der Multiplication.

Die durch die Addition verfertigte Multiplications-Tabelle (§. 47.) giebt die möglichen Producte, die man erhält, wenn man die ersten 10 Zahlen, von 1 bis 10, mit einander multiplicirt.

Besteht der Multiplicand aus mehreren, und der Multiplicator aus einem, oder auch aus mehreren Zahlziffern, so wird eigentlich nach den aufgestellten Regeln jedes Ziffer des Multiplicands mit jedem Ziffer des Multiplicators, und zwar bloß nach dem natürlichen Werthe, multiplicirt, wobey die vorhin benannte Multiplications-Tabelle in Anwendung kömmt.

Deßhalb sind ebenfalls hier nur die Producte dieser Tabelle zu versinnlichen, um dem Schüler die Sache anschaulich zu machen.

D) In Betreff der Division.

Das eben erwähnte Einmaleins, oder die Multiplications-Tabelle, kömmt auch bey der Division in Anwendung.

Besteht auch der Divisor, wie der Dividend, aus mehreren Ziffern, so wird den aufgestellten Divisions-Regeln gemäß mit dem ersten Ziffer der Divisors entweder, wenn es angeht, das erste ebenfalls linksstehende Ziffer des Dividends, oder aber es werden damit die beiden ersten Ziffern desselben dividirt.

Eine ganze Zahl, die nur mit 2 Zahlziffern oder mit einem Ziffer geschrieben wird, ist in unserm Dicimal-Systeme immer kleiner als 100, oder nie größer als 99, und um deswillen immer so beschaffen, daß sie entweder genau ein in der eben erwähnten Tabelle vorkommendes Product ist, oder aber doch wenigstens jederzeit zwischen zweyen dieser Producte liegt,

wo dann, indem bey der Division ein Rest bleibt, von dem nächstkleinern Producte der Quotient genommen wird.

Der Lehrer hat demnach auch bey der Division die Sache nur in Absicht auf die eben angeführten Divisions-Fälle zu versinnlichen, um es dem Zöglinge ganz faßlich zu machen, daß der Divisor in den jedesmal zur Division genommenen Ziffern wirklich so oft enthalten seyn — so oft davon weggenommen werden könne, als es die zugleich zur Division benützte Multiplications-Tabelle anzeigt; wobey aber auf die noch folgenden Ziffern des Dividends und des Divisors Rücksicht zu nehmen ist, indem der ganze Divisor nicht immerhin im Dividend so oft, als das erste Ziffer des Divisors im ersten, oder in den beiden ersten Ziffern des Dividends enthalten ist.

## II. Bemerkung.

### Auf welche Art und Weise die Sache zu versinnlichen wäre.

Die Additions- und Subtractions-Fälle lassen sich gleich, wie ich es bey diesen beiden Rechnungsarten schon bemerkte, durch die Finger anschaulich machen. Das Kind selbst, wenn es sich anders nicht zu helfen weiß, benützt auch wirklich aus eigenem Antriebe dieselben, um gewiße Summen und Reste aufzufinden. Wegen der Anzahl der Finger an beiden Händen, mittels welcher die Summen der in einer Zahl vorkommenden Einer, Zehner ꝛc. sehr bequem abgezählt werden können, ist das Decimal-System das anschaulichste, und eben deßwegen auch das natürlichste Zahlen-System.

Indessen mag man auch die Additions- und Subtractions-Acte eben so, wie jene der Multiplication und Division, durch gewiße an die Tafel hingeschriebene] Zeichen, etwa durch Buchstaben oder Striche, zu versinnlichen suchen.

Indem hier die Voraussetzung ist, daß das Kind wenigstens bis auf 100 zählen könne, so lasse man z. B. an die Tafel in der Schule, oder zu Hause auf

das Papier dasselbe 6 Zeichen, und dann noch 4 dazu, hinmachen; zählt es nun dieselben ab, so findet es offenbar, daß es nun 10 solche Zeichen hat, und es ist ihm dadurch anschaulich gemacht, daß 6 und 4 zur Summe die Zahl 10 giebt.

Ist z. B. 5 von 9 zu subtrahiren, so lasse man den Schüler 9 Zeichen hinschreiben, und 5 wieder davon wegnehmen oder ausstreichen, er wird offenbar sehen, daß noch 4 übrig bleibt, und somit die Zahl 5 von 9 subtrahirt zum Reste 4 geben müsse.

Wäre z. B. 5 mit 4 zu multipliciren, so schreibe man die 5 Striche, oder die 5 Buchstaben, in eine horizontale Linie, wie ich es im §. 49. gethan habe, und schreibe dann diese Reihe von 5 Zeichen 4 mal, man wird wieder offenbar sehen, und abzählen können, daß man nun 20 solche Zeichen hat, und somit 5 mit 4 multiplicirt — 5 viermal gesetzt 20 giebt.

Sollte man endlich z. B. 20 mit 4 dividiren, so schreibe man 4 von den einmal angenommenen Zeichen in eine horizontale Linie von der Linken zur Rechten, und wiederhole diese Reihen so oft, bis man den Dividend 20 hat, man lasse nun das Kind die Anzahl der vorhandenen Reihen zählen, es wird finden, daß 5 angeschrieben wurden, und daher auch einsehen, daß 4 in 20 fünfmal (5 mal) enthalten ist, oder 5 mal davon weggenommen werden könne.

Wäre hingegen z. B. 34 mit 6 zu dividiren, so schreibe man in eine horizontale Linie 6 Zeichen; diese Linie wird 5 mal ganz ausgefüllt, während in die letzte Reihe nur mehr 4 Zeichen zu stehen kommen; woraus man ersieht, daß 6 in 34 fünfmal enthalten ist, und zum Reste 4 bleibt.

Auf diese, oder eine ähnliche Weise, mache nun der Lehrer beym Elementar-Unterrichte im Rechnen die 4 Grund-Rechnungsarten anschaulich, und versinnliche die Sache, um dadurch die ersten Zahlverhältnisse den Kindern auf eine begreifliche und faßliche Art beyzubringen.

# II. Hauptstück.

Vom Reduciren, und den vier Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

## I. Abschnitt.

## Vom Reduciren.

### I.

### Erklärungen.

§. 78.

a) Eine ganze benannte Zahl heißt jene Zahl, die als Inbegriff mehrerer Einheiten bestimmter Art genommen wird (§. 2. u. §. 4.); z. B. 3 Gulden, 8 Personen ꝛc.

Bey den benannten Zahlen wird zugleich auch bestimmt angegeben, von was für Dingen die Rede ist, während bey den unbenannten Zahlen, z. B. wenn ich nur sage, 3 oder 8, bloß der Innbegriff — die Summe der vorhandenen Einheiten ausgedrückt wird. — Um deswillen werden jene von einigen auch concrete, diese hingegen abstracte Zahlen genannt.

b) Gleichartige Größen (§. 2. b.) nennt man dann die benannten Zahlen, wenn sie Dinge der nämlichen Art und Beschaffenheit bezeichnen; z. B. Waare

und wieder Waare der nämlichen Sorte, eine Summe Geldes und wieder Geld ꝛc.

c) Ungleichartige Größen heißen jene benannte Zahlen, die ganz verschiedene Dinge anzeigen; z. B. 1 Maß Wein, und 1 Elle Tuch.

d) Die Größen, welche entweder ungleichartig, oder gleichartig sind, und im letztern Falle ebenfalls unter einer verschiedenen Benennung ausgedrückt werden, heißen ungleichnamig; z. B. 6 Gulden und 8 Kreutzer, dann 12 Centner und 24 Loth der nämlichen Waare.

e) Im Gegentheile heißen die gleichartigen Größen gleichnamig, wenn sie zugleich eine, und die nämliche Benennung haben; z. B. 100 fl. Kapital, und 400 fl. Kapital.

f) Reductionszahl heißt jene Zahl, welche angiebt, wie viel niedere Einheiten bestimmter Art zu nehmen sind, um eine höhere Einheit zu erhalten (§. 3.); z. B. für Kreutzer und Gulden ist die Reductionszahl 60, weil 60 kr. einen Gulden geben.

g) Unter Reduciren (reduco, zurückführen) versteht man jene Veränderungen, durch welche benannte Zahlen, ohne den Werth der vorkommenden Größen zu verändern, auf andere Zahlen niederer oder höherer Art gebracht werden; z. B. ich reducire, wenn ich Gulden zu Kreutzern, oder umgekehrt die Kreutzer so zu Gulden mache, daß ich immer eine und die nämliche Summe Geldes, wiwohl unter einer verschiedenen Benennung, habe.

## II.

## Einige Reductionszahlen, vorzüglich in Absicht auf die baierischen Maße, Gewichte ꝛc.

### §. 79.

### Das Längen-Maß betreffend.

1) Um Längen zu messen, und somit ihre Größe in Zahlen anzugeben (§. 2. e.), hat man Längen von bestimmter Größe.

2) Diese Längenmaaße haben ihre eigenen Benennungen, und heißen: Fuß oder Schuh, Elle, Klafter, Ruthe, Stunde, und Meile, je nachdem die zu bestimmende Länge größer, oder kleiner ist.

3) Um die Verhältnisse der verschiedenen Längenmaaße zu bestimmen, ist der ehemalige königliche Pariser Fuß als die gemeinschaftliche Einheit, womit die übrigen Längenmaaße verglichen werden, angenommen worden.

4) Das Verhältniß des baierischen Fußes zu dem ehemaligen königlichen Pariser Fuß ist = 1000 : 1113; dasselbe wurde durch die königlich baierische Akademie mit aller Schärfe bestimmt. Theilet man nun den Pariser Fuß in 144 gleiche Theile, welche Linien genannt werden, so hält der baierische Fuß nach dem eben erwähnten Verhältnisse $129\frac{38}{100}$ (129, 38) solche Theile.

5) Gesetzlich gelten nun für die sämmtlichen baierischen Staaten (Regierungsblatt XX. Stück, den 11. März 1809, Seite 473) nachstehende Bestimmungen:

a) für das Längenmaaß ist der altbaierische Fuß die Einheit. Der Fuß ist in 12 Zoll, der Zoll in 12 Linien getheilet; dieser baierische Fuß hält $129\frac{38}{100}$ (ist = 129, 38) Duodecimal-Linien des ehemaligen königlichen Pariser Fußes;

b) die Klafter (Toise — als Längenmaaß) hält 6 baierische Fuß;

c) die geometrische Ruthe (die Ruthe im Duodecimalmaaße) ist 10 baierische Fuß lang;

d) die baierische Elle hält 2 baierische Fuß und $10\frac{1}{4}$ Zoll; eine solche baierische Elle ist daher = $369\frac{27}{100}$ (369, 27) Pariser Linien.

6) Die geographische, oder sogenannte deutsche Meile, derer 15 einen Meridian-Grad ausmachen, hält nach Klügel $22869\frac{6}{10}$, hingegen aber nach den neuesten französischen Vermessungen $22803\frac{29}{100}$ (22803, 29) Pariser Fuß, und daher $25380\frac{76}{1000}$ (25380, 076) baierische Fuß.

7) Die baierische Chaussee-Meile betrug

ehemals 26000 baierische Fuß, und somit die so genannte Stunde, welche die Hälfte einer solchen Meile ist, 13000 baierische Fuß. Gegenwärtig hält die baierische Chaussee-Meile 25406 baierische Fuß = 22826 $\frac{6}{10}$ Pariser Fuß, mithin eine Chaussée-Stunde 12703 baierische Fuß, in welcher Entfernung auch die Stunden-Säulen gesetzt sind.

8) Man unterscheidet den geometrischen und den bürgerlichen Fuß (oder Werkschuh). Jener wird nach dem Decimal-, dieser nach dem Duodecimal-Maaße eingetheilt.

9) Im Duodecimalmaaße ist die Ruthe eine Länge von 12 Fuß.

10) Man drückt Ruthen, Fuß, Zoll, Linien, Scrupel durch die rechts oben an die Zahlen gesetzte Zeichen ($^0$, $'$, $''$, $'''$, $''''$,) aus; z. B. $25^0\ 8'\ 5''\ 4'''\ 3''''$ liest man: „25 Ruthen, 8 Fuß, 5 Zoll, 4 Linien, 3 Scrupel."

## Eintheilung des Fußmaaßes überhaupt.

### a) Im Duodecimalmaaße.

| Fuß | Zoll | Linien | Scrupel |
|---|---|---|---|
| 1 Fuß | 12 | 144 | 1728 |
| | 1 Zoll | 12 | 144 |
| | | 1 Linie | 12 |
| | | | Scrupel |

### b) Im Decimalmaaße.

| Fuß | Zoll | Linien | Scrupel |
|---|---|---|---|
| 1 Fuß | 10 | 100 | 1000 |
| | 1 Zoll | 10 | 100 |
| | | 1 Linie | 10 |
| | | | Scrupel |

Man liest z. B. die Tabelle a. folgendermaßen: 1 Fuß hat 12 Zoll, 1 Fuß hat 144 Linien, derselbe hat 1728 Scrupel; dann: 1 Zoll hat 12 Linien ꝛc.

## §. 80.

## Das Flächenmaaß.

1) Kleinere Flächen werden durch Quadratschuhe, Quadratzolle ꝛc, d. h., durch Flächen von bestimmter Größe gemessen, die in der Länge und Breite einen Fuß, einen Zoll ꝛc. halten.

2) Bey größeren Flächen dient zum Maaße das Tagwerk, Morgen, oder Juchert (Juchart, Jauchert), welches in Baiern zufolge gesetzlicher Bestimmung genau 40000 baierische Quadratfuß hält (K. baier. Regbl. XX. Stück, den 11. März 1809, Seite 474).

3) Der baierische Quadratfuß oder Quadratschuh hält beynahe 116 $\frac{244055}{1000000}$ (116, 244055) Pariser Quadratzoll.

4) Die Klafter als Flächenmaß, d. h., die baierische Quadratklafter hält 36 baier. Quadratfuß.

5) Die baierische Quadratruthe hält im Decimalmaaße 100, hingegen aber im Duodecimalmaaße 144 baierische Quadratfuß.

6) Das vorhin erwähnte baierische Tagwerk oder Juchart, welches = 40000 baierische Quadratfuß, hält demnach 400 baierische Quadratruthen, und ist somit die Fläche eines regulären Viereckes, welches 200 baierische Fuß lang, und eben so breit ist.

7) Das größte Flächenmaaß ist endlich die Quadratmeile, d. h., die Fläche eines Quadrates, oder regulären Viereckes, welches in der Länge eine Meile, und in der Breite ebenfalls eine Meile hat.

Die Quadratmeile in Baiern hält 645′464.836 baierische Quadratfuß.

Die deutsche Quadratmeile hält 519′990.034 $\frac{8241}{10000}$ (519′990.034, 8241) französische Fuß.

8) Anstatt „Quadratmeile, Quadratfuß, Quadratzoll ꝛc.“ wird kürzer geschrieben „□ Meile, □ Fuß, □ Zoll ꝛc.“, und aber wieder, wie vorhin, gelesen, nämlich „Quadratmeile, Quadratfuß ꝛc.“

## Eintheilung des Quadratfußes.

a) Im Duodecimalmaaße.

| □ Fuß | □ Zoll | □ Linien | □ Scrupel |
|---|---|---|---|
| 1 □ Fuß | 144 | 20736 | 2'985.984 |
| | 1 □ Zoll | 144 | 20736 |
| | | 1 □ Linie | 144 |
| | | | □ Scrupel |

b) Im Decimalmaaße.

| □ Fuß | □ Zoll | □ Linien | □ Scrupel |
|---|---|---|---|
| 1 □ Fuß | 100 | 10000 | 1'000.000 |
| | 1 □ Zoll | 100 | 10000 |
| | | 1 □ Linie | 100 |
| | | | □ Scrupel |

### §. 81.

## Körpermaaß.

1) Körper werden wieder durch Körper von bestimmter Größe gemessen.

2) Einen Körper messen, heißt mittels eines andern Körpers, dessen Größe schon zum voraus gegeben und bekannt ist, die Größe des Raumes angeben, den ein gewißer Körper einnimmt, mithin bestimmen, wie oft das gebrauchte Körpermaaß genommen werden müsse, um den zu bestimmenden Körper zu erhalten (§. 2. e.).

3) Unter Kubikfuß oder Kubikschuh versteht man einen Würfel, der 1 Fuß in der Länge, 1 Fuß in der Breite, und 1 Fuß in der Höhe hat. Unter Würfel versteht man in der Geometrie jenen regulären Körper (das Hexädrum), welcher durch 6 gleiche reguläre Vierecke (Quadrate) begränzt ist.

Der baierische Kubikfuß hält 1253 $\frac{307626}{1000000}$ (1253, 307626) französische Kubikzoll.

4) Die baierische Kubikruthe hält im Decimal-

Maaße 1000, hingegen aber im Duodecimalmaaße 1728 baierische Kubikfuß.

5) Das größte Körpermaaß ist die Kubikmeile, d. h., ein Würfel, der eine Meile in der Länge, eine in der Breite, und eine in der Höhe hat.

6) In Absicht auf die baierische Klafter als Holzmaaß (das Holz-Klafter-Maaß) ist nachträglich zum Edicte vom 28. Februar 1809, die Einführung gleicher Maaße und Gewichte im Königreiche Baiern betreffend, Folgendes gesetzlich bestimmt worden:

„Von nun an soll in dem Königreiche Baiern „auch ein gleiches Holz-Klafter-Maaß, und zwar „sechs Fuß breit, sechs Fuß hoch, und drey einen „halben Fuß tief, bestehen. Der Kubikinhalt des „Holzmaaßes berechnet sich demnach auf 126 Ku„bikfuß.“

„Alles Brennholz, das im Innlande znm Ver„kaufe gebracht wird, soll nach diesem Maaße be„handelt werden.“ (Königl. baierisches Regierungsblatt LXXII. Stück. — München den 13. November 1811, Seite 1667).

7) Zum Körpermaaße gehört auch das Getraid-, Mehl-, Kalk-, und Getränkmaaß; dann werden einige Körper gezählet, z. B. das Papier, andere hingegen nach dem Gewichte bestimmt; wovon in den folgenden §§. die Rede seyn wird.

## Eintheilung des Kubikfußes.

### a) Im Duodecimalmaaße.

| Kubikfuß | Kubikzoll | Kubiklinien | Kubikscrupel |
|---|---|---|---|
| 1 Kubikfuß | 1728 | 2'985.984 | 5.159'780.352 |
| | 1 Kubikzoll | 1728 | 2'985.984 |
| | | 1 Kubiklinie | 1728 |
| | | | Kubikscrupel |

b) Im Decimalmaaße.

| Kubikfuß | Kubikzoll | Kubiklinien | Kubikscrupel |
|---|---|---|---|
| 1 Kubikfuß | 1000 | 1'000.000 | 1.000'000.000 |
| | 1 Kubikzoll | 1000 | 1'000.000 |
| | | 1 Kubiklinie | 1000 |
| | | | Kubikscrupel |

## §. 82.

## Baierisches Getränkmaaß.

1) Einige flüssige Körper, als Wein, Bier ꝛc. werden nach ihrem körperlichen Inhalte, d. h., nach der Größe des Raumes, den sie einnehmen, gemessen.

2) Vermöge einer königlichen Verordnung (K. baier. Regbl. XX. Stück, den 11. März 1809, Seite 474) ist im ganzen Königreiche Baiern die Maßkanne, welche 43 baierische Decimal-Kubikzoll, folglich 53 $\frac{8923}{10000}$ (53, 8923) Pariser Duodecimal-Kubikzoll, hält, als Einheit für die Flüssigkeiten festgesetzt.

3) Der baierische Visier-Eimer hält 64 Maßkannen (64 baierische Maß), und ist = 2752 baierische Decimal-Kubikzoll = 4755 $\frac{456}{1000}$ baierische Duodecimal-Kubikzoll = 3449 $\frac{1072}{10000}$ Pariser Duodecimal-Kubikzoll.

4) Der baierische Schenk-Eimer beträgt 60 Maßkannen (60 baier. Maß), und ist = 2580 baierische Decimal-Kubikzoll = 4458 $\frac{14}{100}$ baierische Duodecimal-Kubikzoll = 3233 $\frac{538}{1000}$ französische Kubikzoll.

5) Beym Weinmaße ist auch das Fuder oder Ohm üblich, welches nicht überall auf die nämliche Weise eingetheilt wird. Nach Angabe des Herrn Professors Weigl wird das Fuder oder Ohm in zwey Eimer, der Eimer in vier Viertel, und dieses in 15 Maß eingetheilt.

Ein-

## Eintheilung des baierischen Schenk-Eimers.

| Eimer | Maß | Halbe Maß oder Seidel | Viertel Maß oder Quartl | Achtel Maß oder Achterl |
|---|---|---|---|---|
| 1 Eimer | 60 | 120 | 240 | 480 |
| | 1 Maß | 2 | 4 | 8 |
| | | 1 Halbe Maß oder 1 Seidel | 2 | 4 |
| | | | 1 Quartl | 2 |
| | | | | Achterl |

§. 83.

## Baierisches Getraid-, Mehl- und Kalk-Maaß.

1) Das gegenwärtig für das ganze Königreich Baiern vorgeschriebene Getraidmaaß ist das so genannte Münchner Schäffel. Das Mutterschäffel, welches auf dem Rathhause zu München aufbewahrt wird, besteht aus einem kupfernen abgekürzten Kegel.

2) Die gesetzmäßige Größe des baierischen Schäffels beträgt nun 208 baierische Maß, oder 8944 baierische Decimal-Kubikzoll = 15455 $\frac{232}{1000}$ baierische Duodecimal-Kubikzoll = 11209 $\frac{598}{1000}$ französische Duodecimal-Kubikzoll.

3) Nach diesem Maaße werden alle Getraidarten im ganzen Königreiche gemessen (K. baier. Regblatt XX. Stück, den 11. März 1809. S. 474); beym Haber hält das Schäffel um den 6ten Theil, das ist, um einen Metzen mehr, man mißt nämlich das gewöhnliche Schäffel, und giebt noch einen gewöhnlichen Metzen dazu, so daß also ein Haber-Schäffel $\frac{7}{8}$ Korn- oder Waizen-Schäffel beträgt, und dieses ist auch von allen Unterabtheilungen zu verstehen, näm-

lich der Haber-Metzen ist wieder = $\frac{7}{8}$ Korn-Metzen = 2$\frac{1}{3}$ Korn- oder Waizen-Viertl ꝛc.

4) Indessen wird nun, um beym Getraidmaaße eine Gleichförmigkeit zu haben, auch das Schäffel Haber zu 6 Metzen gerechnet, wodurch dann die Eintheilung des Habermaaßes mit jener des Kornmaaßes ganz die nämliche, und somit bey den Reductionen des Habermaaßes ebenfalls nachstehende Tabelle A zu benützen ist.

5) Das **Mehl** wird mit dem Getraidmaaße gemessen.

6) Hinsichtlich des **Kalkmaaßes** ist Folgendes gesetzlich bestimmt worden:

1) „Es soll vom 1. October laufenden Jahres 1811 „anfangend im ganzen Königreiche Baiern ein gleiches Kalkmaaß bestehen.

2) „Die Einheit des Kalkmaaßes soll der in der allgemeinen Verordnung vom 28. Februar 1809 über „Einführung gleicher Maaße und Gewichte vorge„schriebene **baierische Metzen** seyn; auch bey „Kalk machen 6 Metzen ein Schäffel, 24 Metzen „aber eine Muth; doch soll dieser Metzen als Kalk„maaß nicht wie bey dem Getraide cylindrisch, son„dern ein abgekürzter Kegel seyn, und zwar derge„stalt, daß der obere Durchmesser 1 Fuß 3 Zoll, „der untere Durchmesser 1 Fuß 6 Zoll, und die „Höhe desselben 11 Zoll 11 $\frac{2}{5}$ Linien messe.

„Weil bey dem Kalk das bisher gebrauchte Maaß „immer gehäuft wurde, um die zwischen den Kalk„steinen in dem Maaße selbst entstehenden Lücken zu „ersetzen, so soll die Methode des Haufens bey der „Ausmessung des Kalkes auch bey dem neuen Metzen „noch beybehalten, und angewendet werden.“ (K. baier. Regbl. LXII. München den 3. July 1811, Seite 819).

## A.

### Eintheilung des baierischen Korn-, Waizen-, Gersten- und Haber-Maaßes, wenn man bey der letzten Sorte auch das Schäffel zu 6 Metzen rechnet.

| Schäffel | Metzen | Viertl, $\frac{1}{2}$ Metzen | $\frac{1}{2}$ Viertl, $\frac{1}{4}$ Metzen | Viertling, Maßl, oder $\frac{1}{8}$ Metzen | $\frac{1}{2}$ Viertling, $\frac{1}{2}$ Maßl, oder $\frac{1}{16}$ Metz. | Dreyßger, $\frac{1}{32}$ Metzen | $\frac{1}{2}$ Dreyßger, $\frac{1}{64}$ Metzen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Schäffel | 6 | 12 | 24 | 48 | 96 | 192 | 384 |
| | 1 Metzen | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |
| | | 1 Viertel oder $\frac{1}{2}$ Metzen | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| | | | $\frac{1}{2}$ Viertel oder $\frac{1}{4}$ Metzen | 2 | 4 | 8 | 16 |
| | | | | 1 Vrtling, Maßl, oder $\frac{1}{8}$ Metzen | 2 | 4 | 8 |
| | | | | | $\frac{1}{2}$ Vrtling, $\frac{1}{2}$ Maßl, oder $\frac{1}{16}$ Metz. | 2 | 4 |
| | | | | | | 1 Dreyßger od. $\frac{1}{32}$ Metzen | 2 |
| | | | | | | | $\frac{1}{2}$ Dreyßger od. $\frac{1}{64}$ Metzen |

## B.

### Eintheilung des Haber-Maaßes, und dessen Verhältniß zum Korn-Maaße, wenn man das Schäffel zu 7 Metzen rechnet.

| Schäffel | Metzen | Viertel | 1/2 Viertel | Vierling | 1/2 Vierling | Dreyßger | 1/2 Dreyßger |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Schäffel Haber | 7 | 14 | 28 | 56 | 112 | 224 | 448 |
| | 1 Metzen Haber | 2 1/3 | 4 2/3 | 9 1/3 | 18 2/3 | 37 1/3 | 74 2/3 |
| | | 1 Viertel Haber | 2 1/3 | 4 2/3 | 9 1/3 | 18 2/3 | 37 1/3 |
| | | | 1/2 Viertel Haber | 2 1/3 | 4 2/3 | 9 1/3 | 18 2/3 |
| | | | | 1 Vierling Haber | 2 1/3 | 4 2/3 | 9 1/3 |
| | | | | | 1/2 Vierling Haber | 2 1/3 | 4 2/3 |
| | | | | | | 1 Dreyßger Haber | 2 1/3 |
| | | | | | | | 1/2 Dreyßger Haber |

## §. 84.

### Papiermaaß, und einige Maaße anderer Körper, welche gezählt werden.

1) Einige Körper, die von bekannter, und im Durchschnitte auch gleicher Größe sind, werden gezählet, um ihren Werth bestimmen zu können.

2) Ich führe hierüber nur nachstehende zwey Tabellen an, indem die bey solchen Körpern vorkommenden Reductionszahlen an jenen Orten, wo man sich derselben bedient, schon zum voraus hinlänglich bekannt sind.

### A.

### Eintheilung des Papier-Maaßes.

| Ballen | Riß | Buch | Bogen Schreibpapier | Bogen Druckpapier |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 Ballen | 10 | 200 | 4800 | 5000 |
| | 1 Riß | 20 | 480 | 500 |
| | | 1 Buch | 24 | 25 |
| | | | Bogen Schreibpapier | Bogen Druckpapier |

### B.

### Maaße solcher Körper, die an einigen Orten auf nachstehende Weise gezählt werden.

| Schober (Schock) | Schilling | Mandel | Dutzend | Stück |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 Schober (Schock) | 2 | 4 | 5 | 60 |
| | 1 Schilling | 2 | $2\frac{1}{2}$ | 30 |
| | | 1 Mandel | $1\frac{1}{4}$ | 15 |
| | | | 1 Dutzend | 12 |
| | | | | Stück |

## §. 85.

## Baierisches Gewicht.

1) Das holländische Troygewicht wird seit langer Zeit als Maaßstab gebraucht, nach welchem die an verschiedenen Orten eingeführten Gewichte mit einander verglichen werden. Das Troygewicht bekam den Namen von Troyes in Champagne, wo ehedem sehr ansehnliche Jahrmärkte gehalten wurden.

2) Ein Mark des holländischen Troygewichts ist = 8 Unzen = 160 Engel = 640 Fierling = 1280 Troisken = 2560 Deursken = 5120 Aß = 68985 kölner Richtpfenning.

3 Die Kölner Mark, deren Eintheilung in der nachstehenden Tabelle C vorkömmt, verhält sich zur holländischen, wie 19:20, oder nach kölnischen Richtpfenningen, wie 65536:68985, so daß also ein holländ. Aß $13\frac{47}{100}$ (13,47) kölnische Richtpfenning hat.

4) Das neue französische Gewicht, welches Gramme genannt wird, hält $20\frac{8128}{10000}$ (20,8128) Asen des holländischen Troygewichtes.

5) Im ganzen Königreiche Baiern ist einerley Gewicht eingeführt, und zugleich sind die hinsichtlich der baierischen Muttergewichte obwaltenden Unbestimmtheiten dadurch gesetzlich gehoben worden, daß im Jahre 1809 dieser Gegenstand von einer königl. baierischen Kommission in Untersuchung genommen, ein Gewichteinsatz von einem Pfund als Muttermaaß mit der größtmöglichsten Sorgfalt verfertiget, und daraus folgende gesetzliche Bestimmungen festgesetzt wurden:

a) Für das Handelsgewicht bleibt in der Folge das Münchner-, oder baierische Pfund die Einheit, und ein solches Pfund kömmt 560 Grammes des französischen Gewichtes gleich. (Königl. baier. Regierungsblatt XX. St. den 11. März 1809. S. 475.)

b) „Das Apothekergewicht, welches gegenwärtig 7445 „holländische Asen (mithin beynahe 358 Grammes) „schwer ist, soll um 2 Grammes, oder den 179ten „Theil seines Gewichtes vermehrt werden, wodurch „es 360 Grammes schwer wird. Das künftige Apo„theker-Pfund verhält sich also zu dem bürgerlichen „wie 360 zu 560 oder wie 9 zu 14; das ist: Neun Ci„vilpfunde geben künftig genau 14 Apothe„kerpfunde, und da das bürgerliche Pfund in 32 „Loth, das Apothekerpfund aber in 12 Unzen, oder „24 Loth getheilt wird, so sind sechs Loth bür„gerlichen Gewichts genau sieben Loth „des Apothekergewichts, und jede Unze „des letztern hält 30 Grammes des kaiser-

„lich französischen Gewichts. Die Einführung dieses Gewichtes soll mit dem 1. July 1811 Statt haben. (Königl. baier. Regierungsblatt X. St. den 6. Febr. 1811 S. 195.).

c) Das bey dem Conventions-Münzfuße zur Ausmünzung übliche Kölnergewicht, und

d) das bisher schon in dem größten Theile von Baiern als Silbergewicht gebrauchte Wiener-Markgewicht, welches mit dem Kölner in dem bekannten Verhältnisse wie 6 zu 5 steht, soll noch ferner im Gebrauche bleiben, und dieses auch an allen Orten (mit Ausnahme der Stadt Augsburg) als Silbergewicht eingeführt werden. (Königl. baier. Regierungsblatt XXXI. St. den 11. May 1811. S. 593).

6) Diesen Bestimmungen zufolge hält also

a) das baierische Pfund Handelsgewicht 11655 $\frac{168}{1000}$ (11655,168) holländ. Asen.

b) das neue Apothekergewicht 7492 $\frac{608}{1000}$ (7492,608) holländ. Asen.

c) das baierische Münzgewicht, oder die Kölner-Mark 4867 $\frac{5}{10}$ (4867,5) holländ. Asen.

d) Das Silbergewicht, die Wienermark = $\frac{6}{5}$ Kölnermark zu 16 Loth hält 5841, mithin das ganze Pfund zu 2 Mark 11682 holländ. Asen.

## A.

### Eintheilung des baier. Handelsgewichtes.

| Centner | Pfund | Unzen | Loth | Quintl | Pfenning-Gewicht | Gran |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Centner | 100 | 1600 | 3200 | 12800 | 51200 | 768000 |
| | 1 Pfund | 16 | 32 | 128 | 512 | 7680 |
| | | 1 Unze | 2 | 8 | 32 | 480 |
| | | | 1 Loth | 4 | 16 | 240 |
| | | | | 1 Quintl | 4 | 60 |
| | | | | | 1 Pfenning Gewicht | 15 |
| | | | | | | Gran |

## B.

### Eintheilung des baierischen, und überhaupt des deutschen Apothekergewichts.

| Pfund | Unzen | Loth | Drachma oder Quintl | Scrupl | Gran |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 Pfund | 12 | 24 | 96 | 288 | 5760 |
| | 1 Unze | 2 | 8 | 24 | 480 |
| | | 1 Loth | 4 | 12 | 240 |
| | | | 1 Drachma oder Quintl | 3 | 60 |
| | | | | 1 Scrupl | 20 |
| | | | | | Gran |

## C.

### Eintheilung des baier. Münzgewichtes, oder der Kölner-Mark.

| Mark | Unzen | Loth | Karath | Quintl | Pfenning | Gran | Eschen oder Aß | Richtpfenning |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Mark | 8 | 16 | 24 | 64 | 256 | 288 | 4352 | 65536 |
| | 1 Unze | 2 | 3 | 8 | 32 | 36 | 544 | 8192 |
| | | 1 Loth | $1\frac{1}{2}$ | 4 | 16 | 18 | 272 | 4096 |
| | | | 1 Karath | $2\frac{2}{3}$ | $10\frac{2}{3}$ | 12 | $181\frac{1}{3}$ | $2730\frac{2}{3}$ |
| | | | | 1 Quintl | 4 | $4\frac{1}{2}$ | 68 | 1024 |
| | | | | | 1 Pfenning | $1\frac{1}{8}$ | 17 | 256 |
| | | | | | | 1 Gran | $15\frac{1}{9}$ | $227\frac{5}{9}$ |
| | | | | | | | 1 Aß od. Eschen | $15\frac{1}{17}$ |
| | | | | | | | | Richtpfenning |

### §. 86.

## Eintheilung des Kreises.

1) Kreislinie wird jene krumme in sich selbst zurückkehrende Linie genannt, deren alle Puncte von einem innerhalb liegenden Puncte gleich weit entfernt sind.

2) Die Kreislinie (Circumferentia) wird auch Peripherie (vom griechischen Verbum „περιφέρω — circumfero, herumtragen) genannt; weil dieselbe eben dadurch beschrieben wird, daß man den einen Fuß des Cirkels (jenes Instrumentes, womit man die Kreislinie beschreibt) in der nämlichen Oeffnung ringsherum trägt, während der andere immer auf dem nämlichen Puncte verweilet.

Mit dem Worte Cirkel (vom latein. Substantiv „Circulus") drückt man auch öfters die durch die Kreislinie begrenzte Ebene — den Kreis aus.

3) Gewöhnlich wird die Kreislinie in 360 gleiche Theile, welche Grade genannt werden, eingetheilt. Ein Grad wird dann in 60 gleiche Theile, welche Minuten, eine Minute in 60 gleiche Theile, welche Secunden genannt werden, eingetheilt.

Es ist sowohl hier bey der Eintheilung des Kreises, als auch beym Zeitmaaße üblich, daß die Secunde in 10 gleiche Theile getheilt wird, welche Zehntel von Secunden ($\frac{1}{10}$ Secunden) genannt werden.

4) In Frankreich wird die Kreislinie in 4 gleiche Theile oder Quadranten, ein Quadrant in 100 Grad, 1 Grad in 100 Minuten, und eine Minute in 100 Secunden, mithin die ganze Kreislinie in 400 gleiche Theile, welche Grade genannt werden, eingetheilt.

5) Die Hälfte der Kreislinie heißt man Halbkreis (Semiperipheria), den 4ten Theil Quadranten (Quadrans) und den 6ten Theil Sextanten (Sextans). Es hat demnach zufolge der gewöhnlichen Eintheilung ein Halbkreis 180, ein Quadrant 90, und ein Sextant 60 Grad.

6) Man bezeichnet Grade, Minuten und Secun-

den dadurch, daß man rechts oben an die Zahlen die Zeichen ° ′ ″ setzet, so heißt z. B. 15° 48′ 36,5″ eben so viel, als „15 Grad, 48 Minuten, 36 Secunden und 5 Zehentel derselben.“

### Gewöhnliche Eintheilung des Kreises zu 360 Grad.

| Kreislinie | Halbkreis | Quadrant | Sextant | Grad | Minuten | Secunden | Zehntel von Secunden |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Kreislinie | 2 | 4 | 6 | 360 | 21600 | 1′296.000 | 12′960.000 |
| | 1 Halbkreis | 2 | 3 | 180 | 10800 | 648000 | 6′480.000 |
| | | 1 Quadrant | $1\frac{1}{2}$ | 90 | 5400 | 324000 | 3′240.000 |
| | | | 1 Sextant | 60 | 3600 | 216000 | 2′160.000 |
| | | | | 1 Grad | 60 | 3600 | 36000 |
| | | | | | 1 Minute | 60 | 600 |
| | | | | | | 1 Secunde | 10 |
| | | | | | | | Zehntel von Secunden |

## §. 87.

## Zeitmaaß.

1) Jene Zeit, binnen welcher Tag und Nacht abwechseln, und sich somit die Erde einmal um ihre Axe drehet, heißt **ein Tag**.

2) Der Tag wird in 24 gleiche Theile, welche **Stunden** genannt werden, getheilt.

3) In 365 Tagen und beynahe 6 Stunden bewegt sich die Erde als ein Planet um die Sonne; diese Zeit, binnen welcher die 4 Jahreszeiten abwechseln, heißt **ein Jahr**.

4) Unter **Jahrhundert**, oder **Säculum**, versteht man eine Zeit von 100 Jahren.

5) Das Jahr wird auch in 52 gleiche Theile, welche **Wochen**, und in 12 gleiche Theile, welche **Monate** genannt werden, eingetheilt.

6) Ein Monat wird im Durchschnitte zu 30 Tagen gerechnet, indem es Monate giebt, die 30, einen, der weniger, und einige die mehr als 30 Tage haben.

7) Die Woche hat 7 Tage, der Tag 24 Stunden 2c., wie man aus der nachstehenden Tabelle ersieht.

8) Das Vierteljahr oder Quartal ist der 4te Theil des ganzen Jahres, und somit eine Zeit von 3 Monaten.

9) Unter Octav versteht man eine Zeit von 8 Tagen.

10) Eine Lunation ist die Zeit von einem Neumonde zum andern, und beträgt beynahe 29 Tag 13 Stunden. Man versteht hier unter Lunation den synodischen Umlauf des Mondes, d. i., die Wiederkehr desselben zur Sonne, oder zu den nämlichen Lichtgestalten und Vierteln. Die Bewegung des Mondes um die Erde, welche der periodische Umlauf desselben genannt wird, geschieht in 27 Tagen 8 Stunden.

11) Julius Cäsar, ein Römer, führte zuerst 46 Jahre vor Christi Geburt zu Rom das Sonnenjahr ein, und ordnete den Kalender so, daß jedes von 3 auf einander folgenden Jahren 365 Tage enthalten, jedes 4te Jahr aber ein Schaltjahr seyn sollte; weil man glaubte, daß das Jahr genau aus 365 ¼ Tagen bestehe. Allein es besteht nur aus 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten und 45 Secunden (365 T. 5 St. 48′ 45″), man hatte also in 4 Jahren jedesmal 45 Minuten zu viel; und dieses betrug nach 1500 Jahren 10 Tage. Pabst Gregorius XIII. ließ im Jahre 1582 diese 10 Tage weg, und verordnete für die Zukunft, daß unter den 100 Schaltjahren, die nach Cäsar's Einrichtung in 400 Jahren seyn würden, 3 gemeine Jahre bleiben, und in 400 Jahren nur 97 Schaltjahre seyn sollten.

Der Unterschied zwischen dem Julianischen und dem Gregorischen Jahre beträgt im Jahre 1701 = 11 Tage, im Jahr 1801 = 12 Tage 2c. mithin gegenwärtig 12 Tage.

Diese Differenz ist aber so zu verstehen, daß man nämlich nach dem Julianischen Kalender im Vergleiche

mit dem Gregorianischen jetzt immer um 12 Tage zurück, während man nach dem letzteren im Vergleiche mit dem ersteren um 12 Tage vorwärts ist.

12) Die Russen haben noch jetzt das Julianische Jahr; um deswillen sind sie nun in Absicht auf das Gregorianische Jahr immer um 12 Tage zurück. Wenn sich demnach zufolge Russischer Berichte irgend eine Begebenheit z. B. den 12. Dezember 1812 zugetragen hat, so ist dieselbe nach unserer Zeitrechnung den 24. Dezember des nämlichen Jahres geschehen. Ist also ein gewißes Datum nach dem Russischen Kalender angegeben, so müssen wir noch 12 Tage dazu zählen, um dasselbe nach unserm Kalender auszudrücken, und im umgekehrten Falle müssen wir um 12 Tage rückwärts zählen.

13) Endlich wird das Jahr nach der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Ekliptik in die 4 bekannten Jahreszeiten „Frühling, Sommer, Herbst und Winter" eingetheilt. Den 21. März ist der Anfang des Frühlings; es trifft die Frühlings-Nachtgleiche (Aequinoctium vernale) ein, indem da zu Anfang des Frühlings Tag und Nacht gleich ist. Die Sonne durchläuft dann in ihrer scheinbaren Bewegung die 12 Zeichen der Ekliptik, als: „Widder, Stier, Zwillinge — Krebs, Löwe, Jungfrau — Waage, Skorpion, Schütze — Steinbock, Wassermann, Fische" (sunt: Aries, Taurus, Gemini — Cancer, Leo, Virgo — Libraque, Scorpius, Arcitenens — Caper, Amphora, Pisces)." Kömmt die Sonne den 21. Juny in das Zeichen des Krebses, so tritt die Sommer-Sonnen-Wende (Solstitium aestivum) ein, und es ist dann der Anfang des Sommers; — kömmt sie den 23. September in das Zeichen der Waage, so tritt die Herbst-Nachtgleiche (Aequinoctium autumnale) ein, und es ist dann der Anfang des Herbstes; — kömmt sie endlich den 21. Dez. in das Zeichen des Steinbocks, so tritt die Winter-Sonnen-Wende (Solstitium brumale) ein, und es ist dann der Anfang des Winters.

14) Das astronomische Jahr, von welchem eben die Rede gewesen ist, fängt den 21. März an, das

gewöhnliche Kalenderjahr den 1. Januar, das Etatsjahr im Königreiche Baiern den 1. October 2c.

## Eintheilung des Zeitmaaßes.

| Jahr | Tag | Stunden | Minuten | Secunden | Terzen |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 Jahr | 365 | 8760 | 525600 | 31'536.000 | 1.892'160.000 |
| | 365 $\frac{1}{4}$ | 8766 | 525960 | 31'557.600 | 1.893'456.000 |
| | 366 | 8784 | 527040 | 31'622.400 | 1.897'344.000 |
| | 1 Tag | 24 | 1440 | 86400 | 5'184.000 |
| | | 1 Stunde | 60 | 3600 | 216000 |
| | | | 1 Minute | 60 | 3600 |
| | | | | 1 Secunde | 60 |
| | | | | | Terzen |

## §. 88.

## Von Münzen.

### A.

1) Silber mit Kupfer, und Gold mit Silber oder Kupfer, oder mit beiden zugleich legiren, oder beschicken heißt solche Metalle zusammen schmelzen.

2) Feines Gold oder Silber wird jenes genannt, welches keinen Zusatz von einem andern Metalle enthält; da nun die Mark Gold in 24 Karath, und die Mark Silber in 16 Loth getheilet wird, so heißt

a) 23 oder 18 karathiges Gold jenes Stück, von welchem 23 oder 18 Theile fein Gold, und die übrigen 1 oder 6 Theile fremdartiges Metall enthalten, und man drückt den feinen Gehalt durch $\frac{23}{24}$ oder $\frac{18}{24}$ aus.

b) 12 oder 14 löthiges Silber heißt jedes Silber, von welchem 12 oder 14 Theile rein Silber, und die übrigen 4 oder 2 Theile aus fremdartigem Metalle bestehen; man bezeichnet dieses mit $\frac{12}{16}$ oder $\frac{14}{16}$ 2c.

3) Man unterscheidet

a) reelle oder gangbare Münzen, d. i., wirklich geprägte Geldstücke; z. B. Ducaten, Conventionsthaler rc.

b) fingirte oder Rechnungs-Münzen, wodurch als Maaßstab der Werth aller Dinge, und selbst der geprägten Münzen bestimmt wird; z. B. in Deutschland der Gulden, in England das Pfund Sterling rc.

4) Um den Werth der reellen Münzen nach fingirten zu bestimmen, kömmt es

a) auf die Beschaffenheit (Qualität) und

b) das Gewicht (Quantität) des in einer Münze enthaltenen Metalles an.

5) Das Gewicht des in einer Münze enthaltenen Metalles zu bestimmen, braucht man in ganz Deutschland das Kölner Markgewicht; man nennt daher

a) eine Mark vom feinen Golde oder Silber eine feine Mark, oder eine Markfein;

b) eine Mark des beschickten edlern Metalles eine rauhe Mark, oder eine Markrauh.

6) Ferner heißt

a) das Gewicht einer Münzsorte ihr Schrot,

b) der Gehalt der Münze am edlern Metalle das Korn,

c) das Gesetz, wodurch Schrot, Korn und der Kaufwerth einer Münze bestimmt wird, der Münzfuß.

7) Das Gepräge der Münze enthält gewöhnlich Schrift, Namen, Bildniß und Wappen des Münz-Herrn, wodurch derselbe die Beschaffenheit derselben versichert. Die Bildseite heißt die Hauptseite, Avers; die Schrift- oder Wappenseite heißt Revers (Rückseite).

8) Die merkwürdigsten Münzfuße in Deutschland sind:

a) im Golde

α) der rheinische Goldguldenfuß, 72 Stück auf die rauhe Mark von 18 Karath, 6 Grän Gold und 3 Karath Silber; nach diesem Fuße sind die baierischen Carolinen und Mard'ors gepräget.

*b*) Der Ducatenfuß, 67 Stück auf die feine Mark von 23 Karath, 8 Grän Gold und 2 Grän Silber.

b) im Silber

*a*) der Graumannische, oder Ein und zwanzig-Guldenfuß, 1750 von Preußen angenommen, und 1764 erneuert. Die feine Mark Silber auf 14 Reichsthaler, oder 21 Gulden.

*b*) Der Conventions- oder Zwanzig-Guldenfuß, die feine Mark zu 13⅓ Thaler, oder 20 Gulden im Jahre 1753 von Oestreich, Baiern und Sachsen angenommen. Nach diesem Fuße cursiren die Silbermünzen nur in östreichischen und sächsischen Landen; denn für Baiern und das ehemals sogenannte Reich gilt

8) der Vier und zwanzig-Guldenfuß (1766). Die feine Mark zu 16 Reichsthaler, 24 Gulden, oder 10 Conventionsthaler.

## B.

## Verzeichniß und Werth der vorzüglichsten Münzen des Inn- und Auslandes nach dem 24 Guldenfuß.

## I.

## Baierische reelle oder gangbare Münzen.

| a) Silbermünzen. | fl. | kr. |
|---|---|---|
| Kronenthaler . . . . . | 2 | 42 |
| Halbe Kronenthaler . . . . | 1 | 21 |
| Baierische oder Conventions-Thaler . | 2 | 24 |
| Halbe baierische Thaler . . . | 1 | 12 |
| Vier und zwanzig Kreutzer Stücke . . | — | 24 |
| Zwölf Kreutzer Stücke . . . . | — | 12 |
| Sechs Kreutzer Stücke . . . . | — | 6 |
| Drey Kreutzer Stücke . . . . | — | 3 |
| Kreutzer Stücke . . . . . | — | 1 |

| b) Kupfermünzen. | fl. | kr. |
|---|---|---|
| Kreutzer . . . . . . . | — | 1 |
| Halbe Kreutzer . . . . . | — | $\frac{1}{2}$ |
| Pfenninge . . . . . . | — | $\frac{1}{4}$ |
| Häller . . . . . . . . | — | $\frac{1}{8}$ |
| c) Vollwichtige Gold-Münzen. | | |
| Ducaten, gilt das Stück gesetzmäßig . | 5 | 20 |
| Carolin . . . . . . . | 11 | — |
| Halbe Carolin . . . . . . | 5 | 30 |
| Marx'or . . . . . . . | 7 | 20 |
| Halbe Marx'or oder Goldgulden . . | 3 | 40 |

## II.

## Verschiedene theils Rechnungs-, theils reelle Münzen.

| | Werth im 24 Guldenfuß | | | |
|---|---|---|---|---|
| | fl. | kr. | pf. | hl. |
| 1) Baiern, und im ehemaligen Reiche nach dem 24 Guldenfuß | | | | |
| Gulden . . . . . | 1 | — | — | — |
| Reichsthaler . . . . | 1 | 30 | — | — |
| 2) England, Pfund Sterling, | 11 | 17 | — | — |
| Guinee . . . . . . | 11 | 50 | 3 | $\frac{4}{5}$ |
| 3) Frankreich und Holland, | | | | |
| neue Münze Franc . . | — | 27 | 3 | — |
| ein neues Frankenstücke . | — | 27 | 3 | $\frac{3}{4}$ |
| zwanzig Frankenstücke, oder Napoleonsd'or . . . | 9 | 16 | 3 | 1 |
| vierzig Frankenstücke . . | 18 | 33 | 3 | — |
| alte Louisd'or von 1726 und 1785 . . . . . . | 11 | — | — | — |
| neue Louisd'or seit 1786 . | 10 | 30 | — | — |
| neue fünf Frankenstücke oder Napoleonsthaler . . | 2 | 19 | — | $1\frac{3}{4}$ |
| ein Livre — zu 20 Sous tournois | — | 27 | 2 | — |
| oder 240 Deniers . . . | — | 27 | — | — |
| ein Decimen (drey machen $8\frac{1}{2}$ Kreutzer) oder 100 Centimen . | — | 2 | 3 | — |
| vier Centimen (eine zu $\frac{1}{4}$ kr.) | — | 1 | — | — |

$\frac{1}{4}$ C.

| | Werth im 24 Guldenfuß | | | |
|---|---|---|---|---|
| | fl. | kr. | pf. | hl. |
| zehen dergleichen . . | — | 2 | 2 | — |
| Holländische Ducaten in Gold | 5 | 20 | — | — |
| nach anderen Angaben . . | 5 | 30 | — | — |
| Silberne 3 fl. Stücke (1 fl. zu 20 Stüber) . . . . | 2 | 57 | 1 | — |
| Silberne Ducaten . . | 3 | 8 | — | — |
| Schillinge . . . . | — | 17 | 3 | — |
| Ein Thaler zu 50 Stüber, oder 2 fl. 30 kr. der Stüber zu . | — | 2 | 3 | 1 $\frac{2}{3}$ |
| 4) Italien, Königreich — neue Lira | — | 27 | 3 | $\frac{3}{4}$ |
| 5) Oestreich nach dem Conventionsfuß Kaisergulden . . | 1 | 12 | — | — |
| Oestreichische Souveraind'ors | 16 | — | — | — |
| 6) Portugall Millerees, = 1000 Rees . . . . . . | 2 | 46 | 3 | $\frac{1}{2}$ |
| 7) Preußen Thaler nach den 21 Guldenfuß . . . . | 1 | 42 | 3 | 1 |
| Gulden $\frac{1}{3}$ Thaler . . . | — | 34 | 1 | $\frac{1}{3}$ |
| Fridrichsd'or } in Gold . . | 9 | 40 | — | — |
| Ducaten } in Gold . . | 5 | 30 | — | — |
| 8) Rußland und Polen | | | | |
| Ein Ducaten gleich 5 Rubel } in Gold | 5 | 24 | — | — |
| Imperial } in Gold | 19 | 10 | — | — |
| Ein Rubel zu 100 Kopecken (auch $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$) von 1762 . . . | 1 | 50 | 3 | — |
| Dann von 1718 2 fl. 7 $\frac{1}{2}$ kr., und von 1797 2 fl. 36 kr. | | | | |
| Grieve oder Kopecken (die Kop. zu 1 $\frac{1}{10}$ kr.) . . . . . . | — | 11 | — | — |
| Polnische Ducaten zu 9 klein- und 8 groß polnischen Gulden in Gold, dann Speciesthaler zu 4 klein- und 8 groß polnischen Gulden, Reichsgulden zu 2 klein- und 4 groß polnischen Gul- | | | | |

| | Werth im 24 Guldenfuß | | | |
|---|---|---|---|---|
| | fl. | kr. | pf. | hl. |
| den, — ein klein polnischer Gulden zu . . . . | — | 34 | 2 | — |
| Ein groß polnischer Gulden | — | 17 | 1 | — |
| Groß polnische Groschen, 30 gleich 1 Gulden, 1 Stück zu . | — | — | 2 | $\frac{4}{5}$ |
| 9) Sachsen Reichsthaler nach dem Convent. Fuß zu 24 Groschen | 1 | 48 | — | — |
| 10) Schweden, Reichsthaler (Species) . . . . | 2 | 38 | 1 | $\frac{22}{25}$ |
| Ducate seit 1777 . . . | 5 | 9 | 2 | $\frac{4}{5}$ |
| 11) Dänemark, Reichsthaler (Species) . . . . | 2 | 33 | — | — |
| 12) Sizilien, Onzie . . | 5 | 50 | 3 | 1 $\frac{11}{20}$ |
| Scudo . . . . . . | 2 | 20 | — | 1 $\frac{7}{25}$ |
| 13) Spanien, Real oder Real de Vellon = 34 Marividis . . | — | 7 | 1 | 1 $\frac{16}{76}$ |
| Piastre (peso duro) = 20 Real | 2 | 28 | — | — |
| Pistole (Dublon) = 80 Real . | 9 | 52 | — | — |
| 14) Türkey, Piastre = 40 Paras = 100 gute Asper = 120 Curant Asper . . . . . . | — | 54 | 3 | 1 |
| Zechine . . . . . | 1 | 49 | 3 | — |
| Zindsjerli . . . . | 2 | 44 | 2 | 1 |
| Fonduc . . . . . . | 4 | 20 | 3 | 1 $\frac{2}{5}$ |
| Beutel (Keser) = 500 Piaster | 457 | 17 | 2 | — |
| Beutelgold (Kitze) = 30000 Piaster = 27437 fl. 30 kr. | | | | |
| 15) Ungarn, Ungar. Gulden | — | 52 | 2 | — |
| Szostak . . . . . . | — | 6 | — | — |
| Polturak . . . . | — | 1 | 2 | — |
| 16) Würtemberg, Reichsgulden . . . . . . | 1 | — | — | — |

Anmerkung: Kaiserliche, Kremnitzer, Salzburger, und alle vollwichtige Reichsducaten sind den baierischen am Werthe gleich; — die päbstlichen Ducaten gelten aber nur 5 fl. 8 kr., die Florentiner Ducate 5 fl. 14 kr.

## C.

### Eintheilung des Guldens.

| Gulden | Fünfzehner | Zwölfer | Sechser | Batzen | Groschen | Kreutzer | Pfenning | Häller |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Gulden | 4 | 5 | 10 | 15 | 20 | 60 | 240 | 480 |
| | 1 Fünfzehner | $1\frac{1}{4}$ | $2\frac{1}{2}$ | $3\frac{3}{4}$ | 5 | 15 | 60 | 120 |
| | | 1 Zwölfer | 2 | 3 | 4 | 12 | 48 | 96 |
| | | | 1 Sechser | $1\frac{1}{2}$ | 2 | 6 | 24 | 48 |
| | | | | 1 Batzen | $1\frac{1}{3}$ | 4 | 16 | 32 |
| | | | | | 1 Groschen | 3 | 12 | 24 |
| | | | | | | 1 Kreutzer | 4 | 8 |
| | | | | | | | 1 Pfenning | 2 |
| | | | | | | | | Häller |

## D.

### Verhältniß des baierischen und östreichischen Geldes.

Da man in baierischen sowohl, als östreichischen Ländern nach Gulden, Groschen, Kreutzer, und zwar nach der nämlichen Unterabtheilung rechnet, nur mit dem Unterschiede, daß in Baiern der 24 Gulden-, in Oestreich aber der 20 Guldenfuß gilt, so ist

baierisch Geld zu östreichisch Geld wie 20 zu 24, oder wie 5 zu 6 (baierisches Geld : östreichisches Geld = 20 : 24 = 5 : 6), mithin geben z. B. 6 baierische Gulden (sind gleich) 5 östreich. Gulden.

## E.

### Verwandlung der sächsischen Geldrechnung in die baierische und umgekehrt.

| Sächsisch Geld | Beträgt nach baier. Gelde fl. | kr. | pf. | hl. | Baierisch Geld | Beträgt nach sächsischem Gelde Thl. | Gr. | pf. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Pfenning | — | — | 1 | 1 | 1 kr. | — | — | 2 2/3 |
| 2 Pfenning | — | — | 3 | — | 2 kr. | — | — | 5 1/3 |
| 3 Pfenning | — | 1 | — | 1 | 3 kr. | — | — | 8 |
| 4 Pfenning | — | 1 | 2 | — | 12 kr. | — | 2 | 8 |
| 1 Groschen | — | 4 | 2 | — | 24 kr. | — | 5 | 4 |
| 2 Groschen | — | 9 | — | — | 30kr. = 1/2 fl. | — | 6 | 8 |
| 12 Groschen = 1/2 Thaler | — | 54 | — | — | 60kr. = 1 fl. | — | 13 | 4 |
| | | | | | 90 kr. = 1 Reichsthl. | — | 20 | — |
| 24 Groschen = 1 Thaler | 1 | 48 | — | — | 1 Spec. Thl. | 1 | 8 | — |

## F.

### Verwandlung der preussischen Geldrechnung in die baierische, und umgekehrt.

| Preußisch Geld | Beträgt im baierischen Gelde fl. | kr. | pf. | hl. | Baierisch Geld | Beträgt im preußischen Gelde Thl. | Gr | pf |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Pfenning | — | — | 1 | 1 | 1 Pfenning | — | — | 2/3 |
| 2 Pfenning | — | — | 3 | — | 1 kr. | — | — | 2 110/137 |
| 12 Pfen = 1 Grosch. | — | 4 | 1 | 1/4 | 12 kr. | — | 2 | 10 1/2 |
| 12 Gr. = 1/2 Thl. | — | 51 | 1 | 1 1/2 | 24 kr. | — | 5 | 9 |
| 24 Gr. = 1 Thaler | 1 | 42 | 3 | 1 | 60kr. = 1fl. | — | 13 | 1 |

Anmerkung: 1) Bey den bisher über das baierische Maaß, Gewicht ꝛc. angeführten Tabellen benützte ich vorzüglich

a) das königl. baier. Regierungsblatt;

b) das mathematische Lehrbuch des Herrn geistlichen Rathes und Professors Magold — I. Theil, dritte vermehrte Ausgabe, Landshut 1813;

c) Das Lehrbuch der Arithmetik und Algebra des Herrn Professors Weigl — Sulzbach 1812;

d) Die Rechenkunst ꝛc. des Herrn Professors Prändel — Amberg 1812;

e) Den königlich baierischen neuen Schreibkalender für Geschäftsmänner ꝛc. — München 1813.

2) Von den Verhältnissen der ausländischen Maaße, Gewichte ꝛc., wie auch von den französischen und würtembergischen Eintheilungen wird im dritten Theile dieses Lehrbuches, nachdem ich vorhin die Lehre von den Decimalbrüchen werde vorgetragen haben, die Rede seyn.

# III.

# Reductionen.

## §. 89.

### Einfache und zusammengesetzte Reduction.

a) Einfach nenne ich die Reduction, wenn höhere Einheiten auf nächstniedere, oder aber niedere auf nächsthöhere Einheiten zu reduciren sind:

Zur einfachen Reduction gehören auch jene Reductionsfälle, wo zwischen den niederen und den entfernt höheren Einheiten die Reductionszahl bekannt ist; weil man auch in diesem Falle nur eine einzige Multiplication auszuführen hat, und dazu eine Reductionszahl zureichend ist; man soll z. B. Gulden zu Hällern machen, und man weiß, daß 1 Gulden 480 Häller hat. Die Häller sind zu den Gulden entfernt niedere Einheiten, weil man den Gulden zuerst in Kreutzer, und diese in Häller abtheilet; dessen ungeachtet hat man aber hier ein Beyspiel der einfachen Reduction, indem die Gulden unmittelbar auf die Häller reducirt werden.

Sind Häller zu Pfenningen zu reduciren, so hat man Einheiten, die unmittelbar auf einander folgen, wo man auch nur einmal multipliciren muß, und somit ebenfalls die einfache Reduction vorzunehmen ist.

b) Die übrigen Reductionen, zu welchen man mehrere Reductionszahlen nöthig hat, nenne ich zusammengesetzte Reductionen; z. B. man solle Jahre zu

Secunden machen, und man wüßte nicht, wie viele Secunden 1 Jahr hat. In diesem Falle muß die Eintheilung des Jahres in Tage, die Eintheilung dieser in Stunden ꝛc. bekannt seyn, um die Jahre auf Stunden, die Stunden auf Minuten, und diese auf Secunden reduciren zu können.

§. 90.

## Regel der einfachen Reduction.

A.

Sind höhere Einheiten auf niedere zu reduciren, so multiplicire man die gegebenen höheren Einheiten mit der Reductionszahl, das Product giebt die verlangten niederen Einheiten, welchen die gegebenen höheren Einheiten gleich sind.

B.

Sind aber niedere Einheiten auf höhere zu reduciren, so dividire man jene durch die Reductionszahl.

### I. Beyspiel zu A.

Wie viel Minuten geben 48 Stunden?

Aus der Tabelle des §. 85. weiß man, daß 1 Stunde 60 Minuten hat; nun ist aber 60 × 48 = 2880 (§. 53.); daher geben 48 Stunden 2880 Minuten, oder 48 Stunden = 2880 Minuten.

### II. Beyspiel zu A.

Wie viel Häller geben 100 fl.?

Aus der Tabelle bey C. §. 88. weiß man, daß 1 Gulden 480 Häller hat; nun ist aber 100 × 480 = 48000 (§. 55.); daher geben 100 fl. 48000 Häller, oder 100 fl. = 48000 Häller.

### I. Beyspiel zu B.

Wie viel Centner geben 50000 Pfund baier. Handelsgewichtes?

In der Tabelle A. des §. 85. findet man, daß 1 Centner 100 Pfund hat, mithin auch umgekehrt, daß 100 Pfund 1 Centner geben; nun ist aber 50000:100 = 500 (§. 71.); daher geben 50000 solche Pfund 500 Centner baier. Handelsgewichtes, oder 50000 Pf. = 500 Centn. baier. ꝛc.

II. Beyspiel zu B.

Wie viel Ballen geben 25000 Bogen Druckpapier?

In der Tabelle des §. 84. findet man zwischen Ballen, und Bogen Druckpapier die Reductionszahl 5000, indem 1 Ballen Druckpapier 5000 Bogen hat, und somit 5000 solche Bogen 1 Ballen geben.

Nun ist aber (§. 71.) 25000 : 5000 = 5; also geben 25000 solche Bogen 5 Ballen; oder 25000 Bogen = 5 Ballen.

Beweis zu A.

1) Im I. Beyspiele zu A. soll man Stunden zu Minuten machen, und aus der Reductionstabelle weiß man, daß 1 Stunde 60 Minuten giebt.

2) Es geben also 2 Stunden 2 mal 60 Minuten, 3 Stunden 3 mal 60, und somit 48 Stunden auch 48 mal 60 Minuten, d. h., man muß 60 mit 48, oder was eines ist (§. 49.), 48 mit 60 multipliciren, wenn man die Stunden auf Minuten reduciren will.

Beweis zu B.

1) Im I. Beyspiele zu B. soll man Pfunde auf Centner reduciren.

2) Die Reductionstabelle giebt zu erkennen, daß 1 Centner 100 Pfund hat, und somit 100 Pfund einen Centner geben.

3) So oft ich also 100 Pfund von 50000 Pfund wegnehmen kann, so oft erhalte ich auch einen Centner.

4) Wie oft aber eine Zahl von der andern weggenommen werden kann, oder was eines ist, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, dieses erkennt man durch die Division (§. 61. a. und d.).

5) Es werden daher die Pfunde zu Centnern ge-

macht, wenn man jene mit der Reductionszahl 100 dividirt.

Was von diesen beiden Beyspielen gesagt worden ist, gilt, wie jedermann offenbar sehen wird, auch für alle übrigen Beyspiele der einfachen Reduction.

## §. 91.

## Regel der zusammengesetzten Reduction.

### A.

Sind höhere Einheiten auf entfernt niedere Einheiten zu reduciren, und man weiß zu denselben die Reductionszahl nicht, so reducire man nach §. 90. A. die höheren Einheiten auf die nächstniederen, diese wieder auf die nächstniederen ꝛc., bis man auf diese Weise die verlangten entfernt niederen Einheiten hat.

### B.

Sind hingegen niedere Einheiten auf entfernt höhere Einheiten zu reduciren, und man weiß zu denselben die Reductionszahl nicht, so bringe man nach §. 90. B. die niederen Einheiten auf die nächsthöheren, diese wieder auf die nächsthöheren ꝛc., bis man auf diese Weise die entfernt höheren Einheiten erhält.

### Beyspiel zu A.

Wieviel Linien im Duodecimal-Maaße beträgt die Länge von 580 baierischen Klaftern?

### Auflösung:

1) Man findet in der Tabelle a. des §. 79., und bey Nro. 5. b., daß 1 baier. Klafter als Längenmaaß 6 Fuß, der Fuß im Duodecimalmaaße 12 Zoll, und der Zoll 12 Linien hat.

2) Nach §. 90. A. mache man die 580 baier. Klafter zu Fuß, sie geben 3480 Fuß.

3) Die 3480 Fuß mache man zu Zoll, sie geben 41760 Zoll.

4) Und die Zolle mache man zu Linien, sie geben 501120 Linien.

Es geben also 580 baier. Klafter im Duodecimalmaaße 501120 Linien, oder 580 b. Kl. = 501120 Linien.

### Beyspiel zu B.

Wie viel baier. Klafter geben im Duodecimalmaaße 501120 Linien?

### Auflösung:

1) Aus dem eben angeführten §. 79. weiß man, daß 12 Linien 1 Zoll, 12 Zoll 1 Fuß, und 6 Fuß 1 baier. Klafter geben.

2) Nach §. 90. B. mache man die 501120 Linien zu Zoll, sie geben 41760 Zoll.

3) Die 41760 Zoll mache man zu Fuß, sie geben 3480 Fuß.

4) Und die Fuß mache man zu baier. Klaftern, sie geben 580 b. Klafter.

Es geben also 501120 Linien im Duodecimalmaaße 580 baier. Klafter, oder 501120 Lin. = 580 b. Kl.

### Beweis zu A.

1) Nach §. 90. A. geben 580 baier. Klafter 3480 Fuß, ferner 3480 Fuß 41760 Zoll, und endlich geben 41760 Zoll 501120 Linien.

2) Also geben nach dem Grundsatze „wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich" (§. 10. Nro. 4.) 580 b. Klafter im Duodecimalmaaße 501120 Linien, oder

580 b. Kl. = 3480 Fuß,
3480 F. = 41760 Zoll, und
41760 Zoll = 501120 Linien,

also sind 580 b. Kl. = 501120 Linien.

### Beweis zu B.

Ganz auf die nämliche Weise beweist man auch,

daß umgekehrt 501120 Linien im Duodecimalmaaße 580 b. Klafter geben; denn

| | | | |
|---|---|---|---|
| 501120 Lin. | = | 41760 Zoll, | |
| 41760 Zoll | = | 3480 Fuß, | und |
| 3480 Fuß | = | 580 b. Kl. | |
| also sind 501120 Lin. | = | 580 b. Kl. | |

Die hier aufgestellten Regeln, und Beweise gelten offenbar für alle Aufgaben der zusammengesetzten Reductionen.

Anmerkung: Findet der Fall Statt, daß man eine Summe von Zahlen verschiedener Benennung hat, die alle auf niedere Einheiten der nämlichen Benennung zu reduciren sind, so müssen jederzeit, sobald man mittels der vorgenommenen Reduction Einheiten der nämlichen Benennung erhält, dieselben in eine Summe gebracht werden. Es sollen z. B. 48 fl. 34 kr. und 3 Häller so reducirt werden, daß man die Gulden auf Kreutzer, und diese auf Häller reducirt. In diesem Falle reducirt man allererst die Gulden auf Kreutzer, und addirt die 34 kr. dazu; dann reducirt man diese Summe von Kreutzern auf Häller, und addirt die gegebenen 3 Häller dazu; man erhält auf diese Weise 48 fl. 34 kr. 3 Häller = 23315 Häller, d. h., 48 fl. 34 kr. 3 Häller geben zusammen 23315 Häller. Auf diese Weise verfährt man immer in jenen Fällen, wo Einheiten von verschiedener Benennung vorkommen, und dieselben auf niedere Einheiten einer und der nämlichen Benennung zu reduciren sind.

## §. 92.

## Die Probe bey den Reductions-Beyspielen.

Regel: Hat man höhere Einheiten auf niedere gebracht, so reducire man diese wieder auf die höheren anfangs gegebenen Einheiten. — Hat man hingegen niedere Einheiten auf höhere reducirt, so bringe man die höheren wieder auf die anfangs gegebenen niederen Einheiten. — Die vorgenommene zweyte Reduction wird der ersten immerhin zur Probe dienen.

Ein Beyspiel der Probe hat man im §. 91, wo das zu B angeführte Beyspiel die Probe des zu A ausgearbeiteten Beyspieles ist.

Der Grund der Probe liegt darin, weil durch die Reduction nicht der Werth der Größen, wohl aber ihre Benennung verändert wird; wenn also z. B. 580 b. Klafter im Duodecimalmaaße 501120 Linien geben, so müssen auch 501120 Linien wieder 580 baier. Klafter geben.

## IV.

## Wiederholung in Fragen, und Beyspiele.

### §. 93.

### Wiederholung in Fragen.

1) Welche Zahlen heißt man ganze benannte Zahlen; wodurch unterscheiden sich die benannten Zahlen von den unbenannten Zahlen?

2) Welche Größen werden gleichnamige, und welche ungleichnamige genannt?

3) Was versteht man unter dem Worte „Reduciren?"

4) Wie heißen die verschiedenen in Baiern üblichen Längenmaaße?

5) Was ist in Absicht auf das Längen-, Flächen- und Körper-Maaß für ein Unterschied zwischen der sogenannten Decimal- und Duodecimal-Eintheilung?

6) Wie heißen die in Baiern üblichen Flächen- und Körper-Maaße?

7) Wie heißen die in Baiern vorgeschriebenen Getränk- und Getraid-Maaße?

8) Welche Benennungen kommen beym baierischen Handels-, Apotheker- und Münzgewichte vor, um damit diejenigen Maaße auszudrücken, mit welchen gewiße Körper nach ihrer Schwere gemessen werden?

9) Was versteht man unter der Kreislinie, wie wird diese eingetheilet, und wie viele deutsche, oder geographische Meilen hält ein Grad des Erdmeridians?

10) Was versteht man unter dem Ausdrucke „Zeitmaaß", und wie heißen die gewöhnlich vorkommenden Zeitmaaße?

11) Welche Münzen heißt man reelle, oder gangbare, und welche fingirte, oder Rechnungs-Münzen?

12) Welches heißt man feines Gold, oder Silber,

und was will dieses sagen „ein zwölf- oder vierzehenlöthiges Silber?

13) Was heißt man Münzfuß, und wodurch unterscheidet sich der so genannte Conventions- oder 20 Guldenfuß von dem 24 Guldenfuß?

14) Was versteht man unter der einfachen und zusammengesetzten Reduction, und nach welcher Regel werden sowohl niedere Einheiten auf höhere, als auch höhere Einheiten auf niedere reducirt?

## §. 94.

## Beyspiele zur Uebung.

I.

Eine Person ist gegenwärtig 20 Jahr 4 Monat und 17 Tag alt; wie viele Secunden beträgt nun dieses Alter?

II.

Nach Vega's Angabe beträgt die Polhöhe von Kempten, der Hauptstadt des Illerkreises im Königreiche Baiern, 47 Grad 46 Minuten, die von Memmingen 48 Grad 4 Minuten 30 Secunden, und jene von Lindau 47 Grad 33 Minuten 15 Secunden Wie viele Secunden beträgt demnach die geographische Breite sowohl von Kempten, als auch von den beiden übrigen Städten, die ebenfalls in dem erwähnten Kreise liegen, da es bekannt ist, daß die Polhöhe mit der geographischen Breite eines Ortes die nämliche Größe hat?

III.

Die Größe eines Feldes beträgt 4'280.000 baier. Quadratfuß; wie viel baier. Tagwerk, und wie viele baier. Quadratruthen hat nun dieses Feld, wenn man die Größe desselben in diesen beiden Flächenmaaßen ausdrückt?

IV.

In einer gewißen Berechnung hat man zum Resultate 80000 Häller erhalten; wie viele Gulden machen nun diese Häller aus?

V.

Wieviel Quintl geben 40 Centner baierischen Handelsgewichts?

VI.

Die Erde, welche ebenfalls in die Klasse der Planeten gehört, bewegt sich in 365 Tagen 5 Stunden 48 Minuten und 45 Secunden um die Sonne; in wie vielen Secunden geschieht demnach diese Bewegung der Erde?

VII.

Wieviel Schäffel geben 38400 halbe Dreisger baierischen Getraidmaaßes?

VIII.

Wie viele Gulden betragen im 24 Guldenfuß 48 Stück östreichische Souveraind'ors, und 60 Stück französische alte Schild-Louisd'ors;

# II. Abschnitt.

## Die vier Rechnungsarten ganzer benannter Zahlen von verschiedener Benennung.

### I.

### Bemerkung, die in diesem Abschnitte vorkommenden Grundsätze, Regeln Beweise rc. betreffend.

§. 95.

a) Die im I. Hauptstücke aufgestellten Begriffe von der Addition, Subtraction rc. wie auch die eingeführten Benennungen „Summe, Summand, Minuend, Subtrahend, Differenz oder Rest rc." werden immer-

hin, sowohl jetzt bey den 4 Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen, als auch in der Folge, wenn die Rede von den 4 Rechnungsarten gebrochener Zahlen seyn wird, und selbst bey der Buchstaben-Rechnung in dem nämlichen Sinne beybehalten. Addiren z. B. heißt jederzeit eine solche Größe finden, die den übrigen zusammengenommenen gleich ist (§. 24. a.), es mögen nun die Größen benannte oder unbenannte, ganze oder gebrochene Zahlen, sie mögen durch Ziffern oder Buchstaben ausgedrückt seyn.

b) Die im I. Hauptstücke angeführten Beweise sammt den Grundsätzen, die denselben zum Grunde gelegt wurden, gelten ebenfalls für diejenigen Regeln, die jetzt in diesem Abschnitte in Absicht auf die 4 Rechnungsarten ganzer benannter Zahlen gegeben werden.

Um unnöthige Wiederholungen zu vermeiden, werde ich bey diesen Rechnungsarten weder Erklärungen noch Grundsätze voranschicken, noch auch den aufgestellten Regeln die geeigneten Beweise beyfügen.

Ich überlasse es dem Lehrer, dasjenige selbst in Anwendung zu bringen, was in dieser Hinsicht bey den vier Grund-Rechnungsarten mit ganzen unbenannten Zahlen gesagt worden ist.

Ich habe mich um deswillen bey denselben so lange aufgehalten, und die Sache so ausführlich dargestellet, weil sie die Grundlage für die ganze Arithmetik bilden, und alle arithmetischen Veränderungen auf diese 4 Rechnungsarten zurückgeführet werden.

c) Die unbenannten Zahlen sind in einiger Hinsicht auch benannte Zahlen, indem bey denselben auch Einheiten von verschiedener Benennung, als „Einer, Zehner, Hunderte, Tausende ꝛc." vorkommen; man heißt sie nur deßwegen unbenannte — abstracte — Zahlen, weil bey den bloßen Zahlen, z. B. 348, 4728 ꝛc. diejenigen Dinge nicht benannt sind, von denen eine bestimmte Summe ausgedrückt wird (§. 78. a.).

Aus diesem geht nun der Schluß hervor, daß bey benannten Zahlen die nämlichen Regeln gelten,

welche bey der Addition, Subtraction, Multiplication und Division der unbenannten Zahlen aufgestellt worden sind.

Wie man bey unbenannten Zahlen nur Einer zu Einern, Zehner zu Zehnern, Hunderte zu Hunderten ꝛc. addiren, oder aber nur Einheiten der nämlichen Ordnung von einander abziehen kann (§§. 27, 36.), eben so können auch bey benannten Zahlen nur Einheiten des nämlichen Ranges, z. B. nur Häller zu Hällern, Kreutzer zu Kreutzern, Gulden zu Gulden ꝛc. addirt, oder aber von einander subtrahirt werden.

Wie man bey unbenannten Zahlen alle Theile des Multiplicands (§. 51.) mit dem Multiplicator multiplicirt, oder aber alle Theile des Dividends mit dem Divisor dividirt (§. 68.), eben so geschieht dieses auch bey der Multiplication und Division mit benannten Zahlen.

Bey beiden, den unbenannten und benannten Zahlen, fängt man das Addiren, Subtrahiren und Multipliciren bey den niedrigsten, dagegen aber das Dividiren bey den höchsten Einheiten an; gleichwie auch die Probe bey beiden auf eine und die nämliche Weise gemacht wird.

d) Indessen werde ich aber doch, weil dieses für die Schüler, welche die Regeln ihrem Gedächtnisse einprägen müssen, nothwendig ist, auch die Regeln für die benannten Zahlen, die eigentlich in jenen der unbenannten Zahlen schon enthalten sind, sammt der jedesmaligen Probe in den folgenden §§. ausführlich angeben, und zugleich auch bey jeder Rechnungsart ein Beyspiel der unbenannten Zahlen nach den nämlichen Regeln ausarbeiten, um auf diese Weise die genaue Verbindung der beiderseitigen Rechnungsarten mit benannten und unbenannten Zahlen noch deutlicher und anschaulicher darzustellen.

Es wird dabey dasjenige, was rücksichtlich der unbenannten Zahlen schon gesagt worden ist, in einem noch hellern Lichte erscheinen; indem die jetzigen Aufgaben mit den im vorigen Hauptstücke vorgekomme-

nen, was die Sache selbst betrifft, ganz die nämlichen sind, und sich von denselben nur durch ihre Benennungen unterscheiden. — Wie z. B. die **unbenannte** Zahl 438 eine Summe von Einern, Zehnern und Hunderten ist, eben so ist auch z. B. die **benannte** Zahl 4 fl. 38 kr. 4 hl. eine Summe von Einheiten verschiedener Ordnung — von Gulden, Kreutzern und Hällern.

## II.

## Die Addition.

### §. 96.

### Regel der Addition mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

1) Man schreibe die Einheiten der nämlichen Benennung so unter einander, daß bey denselben die Einer unter Einer, die Zehner unter Zehner ꝛc. zu stehen kommen, und ziehe unten einen Strich.

2) Man fange bey den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und addire zuerst die niedrigsten Einheiten, dann die nächsthöheren, nach diesen wieder die von der rechten zur linken Seite folgenden nächsthöheren Einheiten, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man der Ordnung nach alle vorhandenen Einheiten addirt hat.

3) Wo man immer eine Summe von niederen Einheiten bekömmt, die so groß, oder noch größer ist, als die zu denselben und den nächstfolgenden Einheiten gehörige Reductionszahl, da reducire man nach §. 90. B. die niederen Einheiten auf die nächsthöheren; bleiben noch einige niederen Einheiten als Rest übrig, so schreibe man sie unter dem Striche an die gehörige Stelle, und zähle

dann

dann die durch die Reduction erhaltenen höheren Einheiten zu den nächstfolgenden höheren Einheiten von der nämlichen Ordnung und Benennung.

§. 97.

I. Beyspiel:

Jemand kauft von einer gewißen Waare nach dem baierischen Handelsgewichte 8 Centner 24 Pfund 6 Loth und 1 Quintl, dann wieder 18 Centner 20 Pfund 14 Loth und 1 Quintl, endlich 108 Centner 30 Pfund 25 Loth.

Es ist nun die Frage, wie viel beträgt die gesammte angekaufte Waare?

Auflösung:

1) Diese 3 Summanden sind gleichartige Größen (§. 78. b.), sie können deßhalb wirklich addirt, d. h., in eine Summe gebracht werden; man schreibe daher die Einheiten der nämlichen Benennung „Quintl und Quintl, Loth und Loth ꝛc. — unter einander, so daß jedesmal bey den Einheiten der nämlichen Ordnung die Ziffern nach ihrem Localwerthe unter einander zu stehen kommen (§. 28.):

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Summanden | 8 Centn. | 24 Pf. | 6 Loth | 1 Qtl. |
| | 18 | 20 | 14 | 1 |
| | 108 | 30 | 25 | — |

2) Man fange bey der niedrigsten Benennung an, und addire

a) die Quintl, man erhält zur Summe 2 Quintl, diese geben kein ganzes Loth, man schreibe daher 2 an die Stelle der Quintl.

b) Man addire nun die Loth nach §. 28., die Summe ist 45; diese Zahl ist größer als die Reductionszahl 32, indem 32 Loth 1 Pfund geben (§. 85. Tab. A.), man reducire nun die 45 Loth zu Pfund, man erhält nach §. 90. B. zum Quotienten 1 Pfund, dieses schreibe man oben zu den nächstfolgenden Einheiten hin, die ebenfalls Pfund, ausdrücken, und schreibe nun den Rest 13 an die Stelle der Lothe.

c) Eben so addire man die an der Stelle der Pfunde stehenden Zahlen, man erhält 75 Pfund, diese geben keinen ganzen Centner, daher schreibe man 75 unter dem Striche an die Stelle der Pfunde.

d) Endlich zähle man die an der Stelle der Centner stehenden Zahlen zusammen, man erhält 134 Centner, diese schreibe man unverändert hin, indem die Centner von den in diesem Beyspiele vorkommenden Einheiten die höchste Benennung haben, und zufolge der erwähnten Tabelle A. des §. 85. die Centner auf keine Einheiten höherer Ordnung reducirt werden können.

Man erhält auf diese Weise die unter dem Striche ausgesetzte Summe:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | | |
| Summanden | 8 Centn. | 24 Pf. | 6 Loth | 1 Qtl. |
| | 18 | 20 | 14 | 1 |
| | 108 | 30 | 25 | — |
| Summe | 134 Centn. | 75 Pf. | 13 Loth | 2 Qtl. |

II. Beyspiel:

Auf die nämliche Weise nach der Regel des §. 96. erhält man mittels der Tabelle des §. 87. die Summe der nachstehenden 4 Summanden, wo ebenfalls die durch das Reduciren heraus gekommenen Zahlen oben hin gesetzt worden sind:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| Summanden. | 36 Jahr | 2 Mon. | 24 Tag | 18 Stund. | 40 Min. |
| | 24 | 10 | 27 | 20 | 50 |
| | 18 | 8 | 16 | 23 | 48 |
| | 100 | 9 | 12 | 4 | 36 |
| Summe | 180 Jahr | 7 Mon. | 21 Tag | 19 Stund. | 54 Min. |

III. Beyspiel:

Man addire die 3 Zahlen 7864, 3489 und 9748, indem man sie wie die benannten Zahlen nach der Regel des §. 96. behandelt (§. 95. c.), und die durch das Reduciren herausgekommenen höhern Einheiten oben an die Stelle der mit ihnen gleichnamigen Einheiten hinsetzt:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 2 | 2 | |
| Summanden | 7 Tausend | 8 Hundert | 6 Zehner | 4 Einer |
| | 3 | 4 | 8 | 9 |
| | 9 | 7 | 4 | 8 |
| Summe | 21 Tausend | 1 Hundert | 0 Zehner | 1 Einer |

Wenn man die unbenannten Zahlen wie benannte Zahlen behandelt, so drückt man den jedem Ziffer zukommenden Localwerth durch die beygefügten Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. aus; es ist demnach die Summe 21 Tausend 1 Hundert kein Zehner 1 Einer eben so viel, als 21101.

Diese nämliche Summe erhält man auch, wenn man nach der Regel der Addition des §. 28. diese drey Zahlen addirte.

## III.

## Die Subtraction.

### §. 98.

### Regel der Subtraction mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

1) Wie bey der Addition (§. 96.), so schreibe man auch bey der Suctraction die gleichartigen, und zugleich auch gleichnamigen Theile des Subtrahends und Minuends unter einander; der Minuend muß hier, wie bey den unbenannten Zahlen, oben hin geschrieben werden.

2) Man fange rechts bey den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und subtrahire nach §. 37. zuerst die niedrigsten Einheiten des Subtrahends, dann die nächsthöheren, nach diesen wieder die nächsthöheren von jenen des Minuends, und setze dieses Verfahren der Ordnung nach von der Rechten zur Linken so lange fort, bis man alle vorkommenden Theile des Subtrahends von dem immerhin oben stehenden Minuend abgezogen hat.

3) Ist an irgend einer Stelle der Minuend kleiner, als der Subtrahend, so entlehne man eine von den nächsthöheren Einheiten, und reducire sie nach §. 90. A., indem man sie mit der Reductionszahl multiplicirt, auf die nächstniederen Einheiten, zu diesen addire man die bereits vorhandenen, mit ihnen gleichnamigen Einheiten, und subtrahire dann von dieser Summe auf die vorige Weise.

4) Sollte man Einheiten, die im Subtrahend vorkommen, abziehen, und man hätte oben im Minuend keine Einheiten der nämlichen Benennung, so entlehne man wieder eine der nächsthöheren Einheiten, reducire sie auf niedere Einheiten, die mit jenen des Subtrahends von gleicher Benennung sind, und subtrahire dann davon die unten stehenden Einheiten des Subtrahends.

5) Auf eine ähnliche Weise, wie bey der Addition, schreibe man, sobald man entlehnen muß, die Summe der entlehnten höheren Einheiten, welche man auf die nächstfolgenden niederen Einheiten reduciren muß, und die der schon vorhandenen niederen Einheiten oben zum Minuend hin, und setze dort einen Punct, wo man 1, d. h., eine Einheit entlehnt hat.

## §. 99.

### I. Beyspiel:

Jemand hat im baierischen Getraidmaaße an Gersten 18 Schäffel 3 Metzen und 1 Viertl abzugeben, und davon bereits 12 Schäffel, 5 Metzen und 1 Viertl abgeliefert.

Wie viel ist noch im Rückstande?

Auflösung:

1) Man schreibe auf die angegebene Weise den Minuend oben, und den Subtrahend unten hin:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 15 Sch. | 3 Metzen | 1 Viertl |
| Subtrahend | 12 | 5 | 1 |

2) a) Man subtrahire die niedrigste Einheit des Subtrahends zur Rechten von der mit ihr gleichnamigen im Minuend stehenden Einheit, d. h., man subtrahire 1 Viertl von 1 Viertl, es bleibt nichts übrig, man schreibe daher unten Null, oder ziehe einen kleinen Querstrich, oder aber, weil nichts da ist, schreibe man gar nichts hin.

b) 3 ist kleiner als 5, man kann daher 5 Metzen von 3 Metzen nicht abziehen, man entlehne also ein Schäffel, dieses hat nach der Tabelle A. des §. 83. im baierischen Maaße 6 Metzen, diese zu 3 M. addirt geben 9 Metzen, man schreibe also 9 oben hin, und subtrahire davon 5, der Rest ist 4, den man unten an die Stelle der Metzen schreibt.

c) 12 Schäffel von 17 Schäffel (denn 1 Sch. hat man für die Metzen entlehnt) geben zum Reste 5 Schäffel, diese schreibe man unten hin an die Stelle der Schäffel.

Weil keine höheren Einheiten mehr folgen, so ist die Subtraction beendet.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 18 Sch. (punktiert) | 3 Metzen (darüber 9) | 1 Viertl. |
| Subtrahend | 12 | 5 | 1 |
| Rest | 5 Sch. | 4 Metzen | — Viertl. |

Es sind also noch 5 Schäffel, und 4 Metzen im Rückstande, und deßwegen ist noch so viel abzuliefern.

II. Beyspiel:

Jemand kauft um 138 fl. Waaren, und bezahlt daran gleich 88 fl. 40 kr. und 4 Häller.

Wieviel bleibt nun noch zu bezahlen übrig?

Auflösung:

1) Der Minuend hat hier Kreutzer und Häller, und der Subtrahend besteht nur in Gulden.

2) Gleichwie nur Dinge von gleicher Art und Benennung zu einander addirt werden können, ebenso können auch nur gleichartige, und gleichnamige Dinge von einander subtrahirt werden; um deswillen entlehne man 1 fl., und mache ihn zu Kreutzern, von diesen entlehne man 1 kr., und mache ihn zu Hällern.

3) Weil im Subtrahend fl., kr. und Häller vorkommen, so schreibe man schon im Minuend die Benennungen „Kreutzer, Häller," und mache zu denjenigen Ziffern, von welchen man 1 entlehnt, einen Punct hin, weil diese deshalb um 1, d. h., um eine der vorkommenden Einheiten, kleiner sind.

4) Nun verfahre man wieder auf die vorige Weise:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | · | · 60 | 8 |
| Minuend | 138 fl. | — kr. | — Häller. |
| Subtrahend | 88 | 40 | 4 |
| Rest | 49 fl. | 19 kr. | 4 Häller. |

Es bleiben also noch 49 fl. 19 kr. und 4 Häller als Schuld zu bezahlen übrig.

III. Beyspiel:

Es seyen 4 Einer von 1 Zehner der Tausende zu subtrahiren.

Auflösung:

Man verfahre, wie im vorigen Beyspiele:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | · | · 10 | · 10 | · 10 | 10 |
| Min. | 1 Zehn. der Taus. | — Taus. | — Hund. | — Z. | — E. |
| Subtr. | — | — | — | — | 4 |
| Rest | | 9 Taus. | 9 Hund. | 9 Z. | 6 E. |

Man erhält demnach als Rest: 9 Taus. 9 Hund. 9 Zehn 6 Einer $= 9000 + 900 + 90 + 6 = 9996$.

Den nämlichen Rest erhält man auch nach der Subtractionsregel im §. 36., indem $10000 - 4 = 9996$.

§. 100.

## Probe der Addition, und Subtraction ganzer benannter Zahlen.

Auf die nämliche Weise, wie bey den unbenannten Zahlen, mache man auch hier bey den benannten Zahlen die Probe.

A.

Hat man Zahlen von verschiedener Benennung addirt, so addire man zur Probe nach §. 28. wieder alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen zusammen, und subtrahire diese zweyte Summe nach §. 37. von der ersten, es muß der ausgeschlossene Summand als Rest zum Vorscheine kommen. (§. 42. A.).

B.

Hat man Zahlen von verschiedener Benennung von einander subtrahirt, so addire man entweder nach §. 96. den Rest zum Subtrahend, man muß zur Summe den Minuend erhalten, oder aber man subtrahire nach §. 98. den Rest vom Minuend, man muß zum neuen Reste den vorigen Subtrahend erhalten. (§. 41. A. und B.).

Da die citirten §§. schon durch Beyspiele hinlänglich erläutert sind, so bedarf es hier zur Anwendung der für die Probe aufgestellten Regeln keiner neuen Beyspiele.

Anmerkung: 1) Ist die Anzahl der Summanden groß, so wäre es zu mühsam, wenn man alle gegebenen Summanden von verschiedener Benennung auf einmal addiren müßte. In diesem Falle beobachte man die im §. 28. Nro. 6. aufgestellte Regel, indem man nämlich die vorkommenden Summanden auf eine beliebige Weise abtheilet, sie theilweise zusammen zählet, und dann die gefundenen einzelnen (Partial-) Summen in eine Haupt- (Total-) Summe bringt.

Hat man z. B. Einnahmen oder Ausgaben zu addiren, so zählet man gewöhnlich die auf einer Seite aufgezeichneten Summanden zusammen, und bildet sich daraus jedesmal nur eine Partialsumme, wo man dann entweder zuletzt alle auf diese Weise erhaltenen Partialsummen, indem man sie zusammen setzet, und gehörig unter einander schreibt, addirt, um so die gesammte Einnahme oder Ausgabe zu erhalten, oder aber, was noch bequemer ist, man benennt die erhaltenen Partialsummen mit dem Worte „Latus“, schreibt sie unter dieser Benennung oben auf die nächstfolgende Seite hin, und addirt die-

selbe zu den auf dieser Seite stehenden Summanden; die jedesmal erhaltene Partialsumme ist dann die Summe aller sowohl auf dieser, als auch auf allen vorhergegangenen Seiten vorkommenden Summanden.

Einige schreiben auch dort, wo sie durch die ausgeführte Addition die Partialsumme erhalten, links an dieselbe das Wort „hinüber" hin, und auf der anderen Seite schreiben sie diese nämliche Summe unter dem Ausdrucke „herüber" oben hin, während sie dann auf die eben angezeigte Weise die Addition vornehmen.

2) Besteht der Minuend, oder der Subtrahend, oder aber beide zugleich aus mehreren Theilen, und kommen somit im Minuend oder Subtrahend die Einheiten des nämlichen Ranges mehrmal vor, so befolge man die im §. 37. bey a, b und c gegebenen Regeln. Es soll z. B. bestimmt werden, um wieviel während eines ganzen Jahres die Einnahmen die Ausgaben, oder aber diese jene, übertreffen. In diesem Falle addire man alle Einnahmen, und Ausgaben in eine Summe, und subtrahire nun die erhaltene kleinere Summe von der größeren, der durch die Subtraction zum Vorscheine kommende Rest wird bestimmen, um wieviel die Einnahme die Ausgabe, oder aber umgekehrt, diese jene, übertreffe.

3) Weil es zu mühsam wäre, wenn man zur Probe alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen addiren würde (§. 42. A.), so stelle man die in der Anmerkung des §. 29. angezeigte Probe an, indem man nämlich die jedesmal auf einer Seite vorkommenden Summanden, im Falle man sie anfangs von unten nach oben addirte, auch von oben nach unten, oder aber umgekehrt, zusammenzählet, es muß immerhin die nämliche Summe zum Vorscheine kommen.

## IV.

## Die Multiplication.

### §. 101.

### Regel der Multiplication mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung, wenn der Multiplicator nur eine einzige unbenannte, oder auch benannte Zahl ist.

1) Man schreibe den Multiplicator entweder nur unter die Einheiten der niedrigsten Ordnung des Multiplicands, welcher hier Einheiten von ver-

schiedener Benennung in sich begreift, oder aber unter alle Einheiten des Multiplicands.

2) Man multiplicire nach §. 51. mit dem Multiplicator (indem der Multiplicator nach dem im §. 45. von der Multiplication aufgestellten Begriffe jederzeit wie eine bloße Zahl zu betrachten ist) zuerst die niedrigsten, und dann die folgenden höheren Einheiten des Multiplicands von der rechten zur linken Seite. Die Producte, die man erhält, wenn man auf diese Weise alle Einheiten des Multiplicands multiplicirt, setze man der Ordnung nach unter dem Striche neben einander hin.

3) Wo man immer im Producte so viele niedere Einheiten erhält, daß sie eine oder mehrere Einheiten der nächsthöheren Art ausmachen, so reducire man diese nach §. 90. B. auf die nächsthöheren Einheiten, und zähle sie dann denselben bey.

§. 102.

I. Beyspiel:

Auf Bestellung werden monatlich 12 Ballen 9 Riß 16 Buch Schreibpapier abgegeben; wie viel macht nun dieses in 1 Jahre, d. h., in 12 Monaten aus?

Auflösung:

1) Da man in der vorliegenden Aufgabe weiß, wie viel Papier in einem Monate abgegeben wird, so darf man nur mit der Zahl 12 multipliciren, d. h., den Multiplicand 12 mal setzen, um das abgegebene Quantum für das ganze Jahr zu wissen. — Man setze also die Zahl 12, die bey der wirklichen Multiplication wie eine unbenannte Zahl betrachtet wird, als Multiplicator:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Multiplicand | 12 Ballen | 9 Riß | 16 Buch | |
| Multiplicator | | | × 12 | |

2) Nun fange man bey der Rechten an, und
a) multiplicire 16 Buch mit 12 nach §. 51, man erhält als erste Product 192, d. h., 192 Buch; diese schreibe man rechts unten hin.
b) Eben so multiplicire man 9 Riß mit 12, das zweyte Product ist 108 Riß; dieses schreibe man unter dem Striche an die zweyte Stelle.
c) Endlich multiplicire man 12 mit 12, man erhält als das dritte Product 144 Ballen, diese schreibe man an die dritte Stelle zur Linken, man erhält:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplicand | 12 Ballen | 9 Riß | 16 Buch |
| Multiplicator | | | × 12 |
| Product | 144 B. | 108 R. | 192 B. |

3) a) Die 192 Buch reducire man nach §. 90. B. auf Riß, indem 20 Buch 1 Riß geben, man erhält 9 Riß, die man zu den 108 Riß addirt, die Summe ist dann 117 Riß, die als Rest bey der Reduction übrig gebliebenen 12 Buch schreibe man wieder rechts an die vorige Stelle.

b) Die 117 Riß, indem 108 R. + 9 R. = 117 Riß, reducire man auf Ballen, es geben nach der Tabelle A. des §. 84 immer 10 Riß 1 Ballen; man erhält 11 Ballen und 7 Riß, diesen Rest „7 Riß" schreibe man an die vorige Stelle wieder hin, und die 11 Ballen addirt man zu den 144 Ballen, man erhält zur Summe 155 Ballen

Auf diese Weise sind abgegeben worden 144 Ballen 108 Riß und 192 Buch = 155 Ballen 7 Riß und 12 Buch, oder

| | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplcand | 12 B. | 9 R. | 16 B. |
| Multiplicator | | | × 12 |
| Product | 144 B. | 108 R. | 192 B. |
| | = 155 B. | 7 R. | 12 B. |

Dadurch ist nun die Aufgabe ganz gelöst, und man weiß, daß unter der erwähnten Bedingung in einem Jahre 155 Ballen 7 Riß und 12 Buch Schreibpapier abgegeben wurden.

## II. Beyspiel.

Jemand läßt sich jede Woche nach dem baierischen Getränkmaaße ein Faß mit Bier füllen, welches 2 Eimer, 12 Maß und 4 Quartl faßt.

Wie viel beträgt nun dieses in einem Jahre, d. h., in 52 Wochen?

### Auflösung:

Man verfahre ganz auf die vorige Weise; es sind in diesem Beyspiele bloß die Reductionszahlen verschieden, indem nach §. 82. ein baier. Schenk-Eimer 60 Maß, und 1 Maß 4 Quartl hat:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplicand | 2 E. | 12 M. | 4 Q. |
| Multiplicator | | | $\times$ 52 Q. |
| Product | 104 E. | 624 M. | 208 Q. |
| | = 115 E. | 16 M. | |

Es beträgt also das angekaufte Bier in 1 Jahre 115 Eimer 16 Maß, indem (2 E. + 12 M. + 4 Q.) $\times$ 52 = 115 E. + 16 M. = 115 E. 16 M.

## III. Beyspiel:

Man multiplicire die unbenannte Zahl 546 mit 5, indem man sie nach §. 95. c. wie eine benannte Zahl betrachtet, und 5 Hundert, 4 Zehner und 6 Einer als Multiplicand anschreibt:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplicand | 5 Hund. | 4 Zehn. | 6 Einer. |
| Multiplicator | | | $\times$ 5 |
| Product | 25 H. | 20 Z. | 30 E. |
| | = 2 Taus. 7 H. | 3 Z. | — E. |

= 2000 + 700 + 30 + 0 = 2730.

Das nämliche Product 2730 hat man nach der im §. 50. aufgestellten Multiplications-Regel erhalten, als man 546 mit 5 multiplicirte, und zum Resultate fand, daß 546 $\times$ 5 = 2730; es ist aber 546 = 500 + 40 + 6, und 546 = 5 Hund. + 4 Zehn. + 6 Einer. Daher ist auch 546 $\times$ 5 = (500 + 40 + 6) $\times$ 5 = (5 H. + 4 Z. + 6 E.) $\times$ 5 = 2730.

## §. 103.

### Regel der Multiplication, wenn 2 oder 3 Factoren vorkommen, und dieselben Einheiten verschiedenen Ranges in sich begreifen.

1) Nach §. 91. A. reducire man die Einheiten aller Factoren auf die in der Aufgabe benannten Einheiten der niedrigsten Ordnung, und betrachte sie dann wie bloße Zahlen.

2) Nach §. 51, oder wenn 3 Factoren da sind, nach §. 57, multiplicire man dieselben mit einander, indem nun jeder der vorkommenden Factoren durch eine einzige Zahl ausgedrückt ist.

3) Aus der vorliegenden Aufgabe muß man ermessen, was für Einheiten das erhaltene Product ausdrücken wird; weiß man dieses, so reducire man nach §. 91. B. die benannten niederen Einheiten auf die nächsthöheren, diese wieder auf die nächsthöheren, und setze dieses Reduciren so lange fort, als es angeht.

## §. 104.

### I. Beyspiel:

In der Geometrie wird gelehret, daß man den Flächeninhalt jenes Viereckes, welches ein Rechteck (Rectangulum) genannt wird, erhalte, wenn man die Grundlinie mit der Höhe, oder wie man sich auch ausdrückt, die Länge mit der Breite desselben multiplicirt.

Wie groß ist nun dem zufolge ein Garten, der ein Rechteck ist, wenn im baierischen Decimalmaaße die Länge (Grundlinie) desselben 140 Ruthen 8 Fuß 6 Zoll, und seine Breite (Höhe) 80 Ruthen 4 Fuß und 3 Zoll hält?

### Auflösung:

1) Nach Nro. 5. u. der Tab. b. des §. 79. reducire man

die beiden Factoren auf die niedrigste Benennung, und drücke somit, indem man die Regel des §. 91. A. in Anwendung bringt, die Länge und Breite in bloßen Decimalzollen aus, man erhält, daß die Länge 14086, und die Breite 8043 solche Zoll hat.

2) Diese beiden Zahlen betrachte man nun wie unbenannte Zahlen, und multiplicire sie nach §. 51, man bekömmt zum Producte die Zahl 113'293.698.

3) Dieses Product drückt nun im Decimalmaaße Quadratzolle (§. 80.) aus, indem der Flächeninhalt des Rechteckes nur wieder durch Flächen von ganz bestimmter Größe, z. B. Quadratruthen, Quadratfuß ꝛc. gemessen, und eben dadurch gefunden wird, daß man die Grundlinie und Höhe mit dem nämlichen Längenmaaße mißt, und die dadurch erhaltenen Zahlen mit einander multiplicirt, wo dann das Product, im Falle man mit Ruthen, Fuß, Zoll ꝛc. gemessen hat, auch □ Ruthen, □ Fuß, □ Zolle ꝛc. ausdrückt.

Hätte man daher die Länge und Breite in bloßen Ruthen, oder nur im Fußmaaße ausgedrückt, so würde auch das erhaltene Product Quadratruthen oder Quadratfuß ausdrücken.

4) Die 113'293.698 □ Zoll (Quadratzoll) reducire man nach der Tab b. des §. 80. auf Quadratfuß, und diese auf Quadratruthen.

Man erhält zum Resultate, daß der Flächeninhalt des Gartens 11329 Quadratruthen, 36 Quadratfuß und 98 Quadratzoll hält.

## II. Beyspiel.

Man erhält nach den Lehrsätzen der Stereometrie den körperlichen Inhalt jenes geometrischen Körpers, welcher das senkrechte Parallelepipedum genannt wird, wenn man die Länge, Breite und Höhe (die Grundfläche mit der Höhe) multiplicirt, nachdem man vorhin dieselben mit dem nämlichen Längenmaaße gemessen hat.

Wie groß ist nun der körperliche Inhalt eines Zimmers, welches die Gestalt eines solchen Körpers hat, und im baierischen Decimalmaaße 48 Fuß

6 Zoll lang, 24 Fuß 4 Zoll breit, und 9 Fuß 2 Zoll hoch ist?

Auflösung:

1) Nach der Tab. b. des §. 79. reducire man die 3 Factoren auf die niedrigste Benennung, und drücke somit nach §. 90. A. die Länge, Breite und Höhe in Decimalzollen aus, man erhält, daß die Länge 486 Zoll, die Breite 244 Zoll, und die Höhe 92 Zoll hat.

2) Diese 3 Zahlen betrachte man nun wie unbenannte Zahlen, und multiplicire sie nach §. 57, das Product ist 10'909.728.

3) Dieses Product drückt nun nach den Grundsätzen der Geometrie Decimalkubikzolle (§. 81.) aus; indem man Körper nur wieder mit Körpern, als Kubikfuß, Kubikruthen ꝛc. mißt, und der gesuchte kubische Inhalt eben dadurch gefunden wird, daß man bey einem solchen Körper die Länge, Breite und Höhe mit einerley Längenmaaße mißt, und das Product dieser drey Zahlen nimmt.

Hätte man die Länge, Breite und Höhe in einem andern Längenmaaße, z. B. in Ruthen, Fuß ꝛc. ausdrückt, so würde das erhaltene Product Kubikruthen, Kubikfuß ꝛc. ausdrücken

4) Die durch das Multipliciren erhaltenen Kubikzolle reducire man nach der Tab. b. des §. 81. auf Kubikfuß, man erhält, daß der körperliche Inhalt — der Raum, den das Zimmer einnimmt, 10909 baierische Kubikfuß und 728 solche Kubikzoll hält.

## V.

## Division.

### §. 105.

**Regel der Division mit ganzen benannten Zahlen, wenn der Divisor eine einzige unbenannte, oder auch benannte Zahl, hingegen aber der Dividend eine Summe von Einheiten verschiedenen Ranges ist.**

Man verfahre, um bey der vorliegenden Aufgabe

den verlangten Quotienten zu finden, nach folgender Regel:

1) Ist der Divisor ebenfalls eine benannte ganze Zahl, so betrachte man ihn als eine bloße Zahl, schreibe ihn links an den zwischen ihm und dem Dividend gezogenen Verticalstrich, und setze rechts, wo man ebenfalls bey dem Dividend eine Linie von oben nach unten zieht, den Quotienten hin.

2) Man dividire nun nach §. 68. mit dem Divisor zuerst die höchsten Einheiten des Dividends, der erhaltene erste Partialquotient drückt dann Einheiten der nämlichen Ordnung aus, und schreibe denselben rechts an den zweyten Strich hin.

3) Bleibt bey der Division ein Rest, so reducire man ihn auf die Einheiten der nächstniederen Art, addire sie dann zu den etwa vorhandenen Einheiten der nämlichen Ordnung.

4) Auf die nämliche Weise dividire man nun die nächstniederen Einheiten mit dem Divisor, und schreibe den zweyten Partialquotienten wieder rechts zum vorigen Quotienten hin; mit dem bleibenden Reste verfahre man auf die vorige Weise, und setze dann das Dividiren bey allen folgenden Stellen so lange fort, bis man alle vorkommenden Einheiten des Dividends dividirt hat.

Durch diese Verfahrungsweise werden alle Theile des Dividends, mithin der ganze Dividend, welcher eine Summe von Einheiten verschiedener Benennung ist, in so viele gleiche Theile getheilet, als es der Divisor angiebt, wodurch nun wirklich dividirt wird (§. 61. d).

Beyspiel:

Unter 5 Personen soll zu gleichen Theilen die Summe von 181 fl. 42 kr. und 4 hlr. vertheilet werden, wieviel trifft nun jeder?

## Auflösung:

1) Mit 5 dividire man 181 fl., man erhält zum Quotienten 36 fl. und zum Reste 1 fl.; diesen reducire man auf Kreutzer, man erhält 60 kr., zu welchen man die vorhandenen 42 kr addirt, die Summe ist 102 kr.

| Divisor | Dividend | Partial-Quotient |
|---|---|---|
| 5 | 181 fl. 42 kr. 4 hlr. | 36 fl. |
| Theilung der Gulden | 15 | |
| | 31 | |
| | 30 | |
| Rest | 1 fl. = 60 kr., und 60 kr. + 42 kr. = 102 kr. | |

2) Die 102 kr. als die Summe der nächstniederen Einheiten dividire man wieder mit 5, man erhält 20 kr. zum Quotienten, und zum Reste 2 kr., diese reducire man auf Häller, man erhält 16 Häller, zu welchen man die vorhandenen 4 Häller addirt, die Summe ist 20 Häller.

| Divisor | Dividend | Partial-Quotient |
|---|---|---|
| 5 | 181 fl. 42 kr. 4 hlr. | 36 fl. 20 kr. |
| | 15 | |
| | 31 | |
| | 30 | |
| | 1 fl. = 60 kr., und 60 kr. + 42 kr. = 102 kr. | |
| 5 | 102 kr. | 20 kr. |
| Theilung der Kreutzer | 10 | |
| | 2 kr. = 16 hlr., und 16 hlr. + 4 hlr. = 20 hl. | |

3) Die 20 Häller dividire man ebenfalls mit 5, man erhält 4 Häller, es bleibt nichts als Rest übrig, wodurch nun die Division beendet ist.

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 20 hlr. | 4 Häller. |
| Theilung der Häller | 20 | |
| | — | |

Folglich ist (181 fl. 42 kr. 4 hlr.): 5 = 36 fl. 20 kr. 4 hlr., oder

| Divisor | Dividend | Total-Quotient |
|---|---|---|
| 5 | 181 fl. 42 kr. 4 hlr. | 36 fl. 20 kr. 4 hlr. |

§. 106.

## §. 106.
### Regel der Division, wenn der Dividend eine einzige benannte Zahl ist, hingegen aber der Divisor Einheiten von verschiedener Benennung in sich begreift.

1) In diesem Falle bringe man nach §. 90. A. oder nach §. 91. A. die höheren Einheiten auf die in der Aufgabe vorkommenden niedrigsten Einheiten.

2) Nach §. 68. dividire man nun den Dividend durch den Divisor, indem man beide als bloße Zahlen betrachtet.

3) Aus der vorliegenden Aufgabe ermesse man, ob der durch die Division erhaltene Quotient eine solche benannte Zahl ist, die noch auf Einheiten höherer Ordnung zu reduciren ist; in diesem Falle nehme man nach §. 90. B. oder nach §. 91. B. die benöthigten Reductionen wirklich vor.

**Beyspiel:**

Um für eine gewiße Anzahl von Soldaten die vorgeschriebenen Brodportionen zu liefern, werden wöchentlich 6 baierische Schäffel 4 Metzen und 1 Viertl Getraid erfordert; — binnen wie viel Wochen wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung leisten können.

**Auflösung:**

1) Man reducire demnach der aufgestellten Regel gemäß die Schäffel auf Metzen, und diese auf Viertl, man erhält, daß 6 Sch. + 4 M. + 1 V. = 81 Viertl, d. h., es geben 6 Schäffel 4 Metzen und 1 Viertl in jenem Getraidmaaße, das man Viertl nennt, 81 Viertl.

2) Die 108 Schäffel reducire man ebenfalls auf Viertl, man erhält 1296 Viertl.

3) Die Zahl 1296 dividire man mit 81, man erhält zum Quotienten die Zahl 16.

Folglich wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung 16 Wochen hindurch leisten können; oder 108 Sch. : (6 Sch. 4 M. 1 V.) = 16.

## §. 107.

### Regel der Division, wenn sowohl der Dividend, als auch der Divisor Einheiten von verschiedener Ordnung, und Benennung in sich begreift.

1) Man reducire die Einheiten des Divisors, und eben so jene des Dividends auf die in der Aufgabe vorkommenden Einheiten der niedrigsten Ordnung.

2) Man betrachte den Dividend, und den Divisor wie bloße Zahlen, und dividire jenen durch den Divisor nach §. 68.

3) Den Quotienten, wenn es die vorliegende Aufgabe erfordert, reducire man wieder auf die Einheiten höherer Ordnung.

Beyspiel:

Es hinterläßt jemand eine Erbschaft von 3607 fl. 16 kr. 4 hl., dieselbe wird unter mehrere Erben vertheilet, von denen jeder 400 fl. 48 kr. 4 hl. erhält; — es ist nun die Frage, wie viel es Erben gewesen sind?

Auflösung:

1) Es muß hier durch die Berechnung untersucht werden, wie oft der Antheil eines jeden Erben in der ganzen Erbschaft enthalten ist; um deswillen muß man hier dividiren, um mittels des Quotienten die Anzahl der Erben zu finden.

2) Man reducire demnach sowohl den Antheil eines jeden, als auch die ganze Erbschaft auf die in der Aufgabe vorkommenden Einheiten der niedrigsten Benennung, d. h., man reducire die vorkommenden Gulden, und Kreutzer auf Häller, man erhält:

a) 3607 fl. 16 kr. 4 hl. = 1'731.492 Häller.

b) 400 fl. 48 kr. 4 hl. = 192388 Häller.

3) Man betrachte nun den Divisor, und den Dividend wie bloße Zahlen, und dividire nach §. 68. die Zahl 1'731.492 mit der Zahl 192388, man erhält zum Quotienten die Zahl 9, oder 1731492 : 192388 = 9.

4) Weil nun 192388 Häller in 1'731.491 Häller 9mal enthalten sind, so waren es 9 Erben, oder (3607 fl. 16 kr. 4 hl.) : (400 fl. 48 kr. 4 hl.) = 9.

## §. 108.

## Beyspiel der Division mit unbenannten Zahlen, die man wie benannte Zahlen betrachtet.

Man soll 8 Hundert 2 Zehner und 4 Einer mit 4 dividiren.

### Auflösung:

1) Man dividire nach §. 105. allererst zur linken Seite die Hunderte, man erhält zum Quotienten 2 Hundert; weil kein Rest bleibt, so dividire man nach den Hunderten die Zehner.

2) Es lassen sich aber 2 Zehner mit 4 nicht dividiren, man reducire sie also auf Einer, und addire die vorhandenen 4 Einer dazu, man erhält 24 Einer; an die Stelle der Zehner schreibe man Null, und dividire die 24 Einer mit 4, man erhält 6 Einer. Folglich (8 Hundert 2 Zehner 4 Einer) : 4 = 2 Hund. 0 Zehn. 6 Ein.

Den nämlichen Quotienten erhält man, wenn man nach §. 67. die Zahl 824 mit 4 dividirt.

## §. 109.

## Probe der Division.

1) Man dividire mit dem gefundenen Quotienten den nämlichen Dividend, man muß den vorigen Divisor zum neuen Quotienten erhalten (§. 74. A.), oder aber

2) man multiplicire den gefundenen Quotienten mit dem Divisor, man muß zum Producte den Dividend erhalten (§. 74. B.).

### I. Beyspiel:

Im Beyspiele des §. 105. hat man 36 fl. 20 kr. 4 hl. als den Totalquotienten gefunden.

Zur Probe dividire man nach §. 107. den Dividend

181 fl. 42 kr. 4 hl. durch den eben erwähnten Quotienten, man erhält den vorigen Divisor 5 zum neuen Quotienten, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Division ersieht.

II. Beyspiel:

Im Beyspiele des §. 107. hat man zum Quotienten die Zahl 9 gefunden.

Zur Probe multiplicire man nach §. 101. den Divisor 400 fl. 48 kr. 4 hl. mit dem gefundenen Quotienten 9, man erhält zum Producte den vorigen Dividend 3607 fl. 16 kr. 4 hl., woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Division ersieht.

§. 110.

Probe der Multiplication durch die Division.

1) Man dividire auch hier, wie im §. 75. bey den unbenannten Zahlen, nach den in diesem Abschnitte aufgestellten Regeln das Product mit dem Multiplicand, man muß zum Quotienten den Multiplicator erhalten; oder aber

2) Man dividire mit dem Multiplicator das Product, man muß zum Quotienten den Multiplicand erhalten.

Wenn man daher mit einem beliebigen Factor dividirt, so muß man immer den andern Factor zum Quotienten erhalten.

Beyspiel:

Im I. Beyspiele des §. 102. hat man durch die vorgenommene Multiplication zum Producte 155 Ballen, 7 Riß und 12 Buch erhalten.

Zur Probe dividire man nach §. 107. das Product mit dem Multiplicand 12 B. 9 R. 16 B., man erhält zum Quotienten den Multiplicator 12; oder aber man dividire dasselbe nach §. 105. mit den Multiplicator 12, man muß zum Quotienten den Multiplicand 12 B. 9 R. 16 B. erhalten. Erhält man wirklich den an-

dern Factor wieder, dann ist durch die Division die Multiplication als fehlerfrey gefunden worden.

Anmerkung: 1) Man könnte bey jeder dieser vier Rechnungsarten die vorkommenden Einheiten von verschiedener Benennung auf Einheiten der nämlichen Benennung reduciren, und dann die Additions-, Subtractions-, Multiplications-, und Divisions-Acte vornehmen.

Indessen ist diese Operation ganz überflüssig, da man den in diesem Abschnitte aufgestellten Regeln gemäß die verlangten Resultate auf eine bequemere, und einfachere Weise erhält.

2) Einige verstehen unter dem Reduciren nur jene Veränderungen, wodurch Zahlen, oder Einheiten einer niedrigeren Ordnung auf Einheiten einer höheren Ordnung, z. B. Kreutzer auf Gulden, gebracht werden, und nennen dann jene Veränderungen das Resolviren, durch welche höhere Einheiten in niedere verwandelt werden. Ich hingegen, wie aus dem, was ich in diesem Hauptstücke vortrug, ersichtlich ist, verstehe unter dem Reduciren immerhin jene Veränderungen, wodurch niedere Einheiten in höhere, oder umgekehrt, diese in jene verwandelt werden. Die erste dieser beiden Reductionen wird von einigen auch die aufsteigende, die andere hingegen die absteigende Reduction genannt.

## §. 111.

## Bemerkung, die Multiplication und Division ganzer benannter Zahlen betreffend.

### A. In Absicht auf die Multiplication.

1) Ist der Multiplicator eine unbenante — bloße Zahl (§. 101.), so muß der Multplicand so oft gesetzt werden, als es der Multiplicator anzeigt (§. 45. a), wo dann das Product der Ordnung nach wieder die nämlichen Einheiten ausdrückt; z. B. man soll 6 kr. und 3 Häller mit 2 multipliciren, man erhält zum Producte 12 kr. und 6 Häller, oder (6 kr. + 3 Häller) × 2 = 12 kr. + 6 Häller.

2) Ist der Multiplicator ebenfalls eine benannte Zahl (§. 101. und §. 103.), so muß man entweder aus der vorliegenden Aufgabe, oder aber mittels anderwärtiger Kenntnisse wissen, daß man das verlangte Resultat erhalte, wenn man den Multiplicator, nachdem man ihn, wenn es die Aufgabe erfordert, auf die ge-

hörige Weise reducirt hat, wie eine bloße — unbenannte Zahl betrachtet, und damit den Multiplicand multiplicirt, wie dieses in den Beyspielen des §. 102. und §. 104. der Fall war.

B. In Absicht auf die Division.

1) Ist der Divisor ein bloße — unbenannte Zahl (§. 105.), so ist durch die Division eigentlich der Divisor zu suchen, indem der anfangs gegebene Divisor im Grunde der Quotient ist (§.. 61. a, b und c).

Dieses geschieht, wenn man den Dividend in so viele gleiche Theile theilet, als es der Divisor, vielmehr Quotient, anzeigt (§. 61. d).

Um deswillen dividirt man mit der gegebenen unbenannten Zahl alle Theile des Dividends, d. h., den ganzen Dividend, um den gesuchten Quotienten, vielmehr Divisor, zu finden.

2) Ist der Divisor ebenfalls eine benannte Zahl (§§. 105, 106 und 107), und man hat, im Falle es die Aufgabe erfodert, auf die angegebene Weise den Dividend, und den Divisor auf die vorkommenden Einheiten der niedrigsten Ordnung reducirt, so muß man ebenfalls, wie bey der Multiplication, entweder aus der vorliegenden Aufgabe selbst, oder aber mittels anderwärtiger Kenntnisse wissen, daß man das verlangte Resultat finde, wenn man den aufgestellten Regeln gemäß verfährt, wie dieses in den Beyspielen der eben citirten §§. der Fall gewesen ist.

## VI.

## Wiederholung in Fragen, und Beyspiele.

### §. 112.

### Wiederholung in Fragen.

1) In wie ferne können die unbenannten Zahlen wie benannte Zahlen betrachtet werden?

2) Warum ist es nicht nothwendig, daß bey den benannten Zahlen eben so, wie bey den unbenannten, die Erklärungen über Summe, Summand rc., ferner die Grundsätze und Beweise angeführt werden?

3) Welchen Vortheil verschafft man sich, wenn man die unbenannten Zahlen nach den nämlichen Regeln addirt, subtrahirt rc., wie die benannten Zahlen?

4) Aus welchem Grunde kommen bey den 4 Rechnungsarten mit den benannten Zahlen die nämlichen Regeln in Anwendung, welche bey jenen der unbenannten Zahlen aufgestellt worden sind?

5) Nach welchen Regeln macht man ebenfalls bey der Addition, und Subtraction mit benannten Zahlen von verschiedener Benennung die Probe?

6) Nach welcher Regel geschieht die Multiplication mit benannten Zahlen, wenn entweder ein Factor, oder aber beide Factoren Zahlen von verschiedeuer Benennung sind?

7) Wie geschieht die Division mit solchen Zahlen, wenn entweder eine, oder aber beide der anfangs gegebenen Größen Zahlen von verschiedener Benennung sind?

8) Nach welcher Regel macht man bey der Division, oder Multiplication mit solchen Zahlen die Probe?

9) Warum muß bey der Multiplication mit benannten Zahlen der Multiplicator immerhin entweder eine unbenannte — bloße Zahl seyn, oder aber als eine solche betrachtet werden?

10) Was heißt dividiren, wenn der anfangs gegebene Divisor eine unbenannte, und der Dividend eine benannte Zahl ist, oder aber, wenn die beiden zur Division gegebenen Größen benannte Zahlen sind?

## §. 113.

### Beyspiele zur Uebung.

#### I.

Bey Berechnung der Daten nach Jahr, Monat, Tag rc. hat man einige Eigenheiten zu merken. Es wird nämlich, wenn das Jahr, Monat, Tag rc. noch nicht verflossen ist, allezeit das vorhergehende Jahr, Monat rc. angeschrieben; bey der niedrigsten Ordnung wird die Zahl, welche den Monat, Tag, oder die Stunde

ausdrückt, so geschrieben, wie sie gegeben ist. Die Monate werden der Ordnung nach, wie sie im Kalender auf einander folgen, mit Ziffern bezeichnet, wobey man zugleich bemerken muß, ob es ein Monat von 30 oder 31 Tagen ist:

| Der … Monat | Namen der Monate mit der Anzahl ihrer Tage |
|---|---|
| 1. | Jäner 31 Tag. |
| 2. | Februar oder Hornung 28 (29) T. |
| 3. | März 31 T. |
| 4. | April 30 T. |
| 5. | May 31 T. |
| 6. | Juny oder Brachmonat 30 T. |
| 7. | July oder Heumonat 31 T. |
| 8. | August oder Aerntemonat 31 T. |
| 9. | September oder Herbstmonat 30 T. |
| 10. | October oder Weinmonat 31 T. |
| 11. | November oder Wintermonat 30 T. |
| 12te | Dezember oder Christmonat 31 T. |

Die Stunden werden von Mitternacht bis wieder zu Mitternacht gezählet; z. B. „1799 den 3. May Abends 7 Uhr“ wird mathematisch so angeschrieben: „1798 Jahr + 4 Monat + 2 Tag + 7 Stunden.“

Im Gegentheile müssen so geschriebene Daten jederzeit um ein Jahr, Monat, einen Tag ꝛc. höher gelesen werden; die niedrigste Ordnung wird gelesen, wie sie steht.

Erstes Beyspiel: Ein Mann ist im Jahre 1712 den 18. Februar oder Hornung geboren worden, und starb 1809 den 19. März; wie alt ist er geworden?

Auflösung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 1808 J. + 2 M. + 19 T. | | |
| Subtrahend | 1811 | 1 | 18 |
| Rest | 97 J. | 1 M. | 1 T. |

Weil der Rest kein Datum ist, so lese man denselben, wie er da steht, nämlich dieser Mann ist 97 Jahr 1 Monat und 1 Tag alt geworden.

Zweytes Beyspiel: Eine Person starb den 30. August 1808 in einem Alter von 19 Jahren 5 Mon. und 14 Tagen; wann ist dieselbe geboren worden?

Auflösung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 1807 J. | + 7 M. | + 30 T. |
| Subtrahend | 19 | 5 | 14 |
| Rest | 1788 J. | + 2 M. | + 16 T. |

Dieselbe ist also im Jahre 1789 den 16. März geboren worden.

Zur Probe kehrt man z. B. diese Aufgabe um, und sagt: Eine Person ist den 16. März 1789 geboren worden, und in einem Alter von 19 Jahren 5 Mon. und 14 Tagen gestorben; wann ist dieselbe gestorben?

Stellt man nun nach den so eben aufgestellten Regeln die Berechnung an, so muß man, im Falle sich kein Fehler eingeschlichen hat, zum Resultate finden, daß diese Person den 30. August 1808 gestorben ist.

Auf diese Weise werden nun folgende Aufgaben aufgelöset:

a) Seine Majestät Maximilian Joseph König von Baiern, unser allergnädigster Landesvater, wurde den 27. May 1756 geboren, übernahm die Regierung zu Pfalzbaiern den 16. Februar 1799, wurde als König proklamirt den 1. Jäner 1806, und vermählte sich zum zweytenmal den 9. März 1797.

Ihre Majestät Friderika Wilhelmina Karolina Königinn von Baiern, unsere al-

lergnädigste Landesmutter, wurde den 13. July 1776 geboren.

Wie lange ist es nun, seitdem sich diese wichtigen Ereignisse zugetragen haben?

b) Bey Ausgrabung eines gewißen Waldes wurde eine alte vergrabene Münze von Kempten vorgefunden, wo die Jahreszahl 1523 zu lesen ist; wie viele Jahre sind bis jetzt verflossen, seitdem dieselbe geprägt wurde?

c) Man will das Alter dreyer Personen wissen, und in dem sogenannten Taufbuche findet man, daß die erste den 18. April 1784, die zweyte den 14. August 1759, und die dritte den 26. October 1774 geboren wurde; es ist nun die Frage, welches Alter hat jede dieser 3 Personen den 14. Februar (Hornung) 1813 erreicht.

d) Wie lange ist es, daß Karl der Große zum römischen Kaiser gekrönt wurde, da es aus der Geschichte bekannt ist, daß diese Krönung im Jahr Christi 800 den 25. Dezember Statt gefunden habe?

II.

Addirt man z. B. die beiden Zahlen 8 und 16 zusammen, und dividirt man die Summe 24 mit 2, so nennt man den erhaltenen Quotienten 12 das arithmetische Medium — die arithmetische Mittelzahl; darunter versteht man demnach jenen Quotienten, den man erhält, wenn man die Summe dieser beiden Zahlen mit 2 dividirt.

Es hat z. B. jemand ehemals jährlich 1478 fl. 48 kr. und 4 Häller, und nachher 1872 fl. 36 kr. und 2 Häller Einkünfte bezogen; wie groß ist nun der Betrag, wenn davon die arithmetische Mittelzahl genommen wird?

III.

Unter dem zehenjährigen Durchschnitte versteht man jene Zahl, die man als Quotienten er-

hält, wenn man die Erträgnisse von 10 auf einander folgenden Jahren zusammenzählet — addirt, diese Summe mit 10 dividirt — in 10 gleiche Theile theilet, und davon einen, somit den zehenten Theil nimmt. Im Gegentheile versteht man aber z. B. unter 6, 8, oder 12jährigen Durchschnitt jenen Quotienten, den man erhält, wenn man die Summe der Erträgnisse von 6, 8, oder 12 Jahren mit den Zahlen 6, 8, oder 12 dividirt.

Gesetzt nun, die Erträgnisse einer gewissen Pfarrey seyen in den nachstehenden 10 Jahren folgende gewesen:

1) Im Jahre 1802 haben sich dieselben auf 840 fl. 40 kr. 4 Häller belaufen, — 2) 1803 auf 720 fl. 36 kr., — 3) 1804 auf 856 fl. 59 kr. 2 Häller, — 4) 1805 auf 950 fl. 40 kr., — 5) 1806 auf 820 fl. 18 kr., — 6) 1807 auf 830 fl. 34 kr., — 7) 1808 auf 784 fl. 17 kr. 7 Häller, — 8) 1809 auf 704 fl. 18 kr. 4 Häller, — 9) 1810 auf 684 fl. 57 kr. 6 Häller, — 10) und im Jahre 1811 auf 670 fl. 10 kr. 6 Häller; welcher zehenjährige Durchschnitt ergiebt sich nun in diesem Falle?

IV.

Bey den am 10. und 11. Jäner 1813 zu Kempten zum Besten der verwundeten königl. baierischen Krieger gegebenen Conzerte sind bey der ersten Production 395 fl. 10 kr. 4 Häller, bey der zweyten, und in mehreren nachgesandten einzelnen Beyträgen 84 fl. 42 kr. an milden Gaben eingegangen. Die auf Zurüstungen, Beleuchtung ꝛc. bestrittenen Unkosten mit Ausschluß der in der Dannheimer'schen Buchdruckerey umsonst gedruckten doppelten Anzeigen beliefen sich auf 61 fl. 37 kr.; wie viel konnte nun nach Abzug dieser Unkosten von den erwähnten milden Beyträgen an den Kriegs-Oekonomierath noch eingesendet werden?

V.

Welcher ist der kubische Inhalt eines Zimmers, welches im baierischen Duodecimalmaaße 2 Ruthen

4 Fuß 6 Zoll lang, 2 Ruthen 1 Fuß 1 Zoll breit, und 1 Ruthe 4 Fuß 6 Zoll hoch ist?

VI.

Welcher ist der Kubikinhalt eines Holzstoßes, welcher im baierischen Decimalmaaße 18 Ruthen 4 Fuß lang, 1 Ruthe 7 Fuß hoch, und 3 Fuß 5 Zoll breit ist?

VII.

Welche Summe Geldes geben zusammen 128 Stück baierische Ducaten, 48 Stück baierische Maxd'ors, und 22 Stück baierische Kronenthaler?

VIII.

Die Ausgaben seyen z. B. bey einer gewißen Haushaltung im ersten Monate eines Quartals 86 fl. 48 kr. 4 Häller, im zweyten 76 fl. 36 kr. 6 Häller, und im dritten 72 fl. 18 kr. 4 Häller, dagegen aber habe sich die gesammte Einnahme während dieser 3 Monate auf 280 fl. belaufen; um wie viel übertrifft nun die Einnahme in diesem Falle die Ausgabe?

IX.

Wie viele baierische Klafter hält ein Holzstoß, welcher im baierischen Duodecimalmaaße 30 Fuß in der Länge, 12 Fuß in der Höhe, und 4 Fuß in der Breite, d. h., 4 Fuß Scheiterlänge hat, da es bekannt ist, daß die baierische Klafter als Holzmaaß — das baierische Holz-Klafter-Maaß 126 baierische Kubikfuß hat?

X.

Eine Erbschaft von 5640 fl. 36 kr. 3 Häller soll unter 4 Erben zu gleichen Theilen vertheilt werden, wie viel trifft es nun jedem?

## XI.

Ein Dienstboth bezieht in einem Jahre, d. h., in 12 Monaten, oder was eines ist, in 365 Tagen 48 fl. 40 kr. Lohn; wie viel trifft nun demselben in einem Monate, und wie viel in einem Tage?

## XII.

Von einer gewißen Waare kostet 1 Centner baierischen Handelsgewichts 24 fl. 38 kr. 4 Häller, was kosten 48 Centner der nämlichen Waare?

## XIII.

In öffentlichen Blättern liest man folgende interessante Nachricht: „London den 24. Februar 1813. — „Der unlängst hier verstorbene William Hope war der „reichste Privatmann in Europa. Sein hinterlassenes „Vermögen wird auf 8 Millionen (8′000.000) Pfund „Sterling geschätzt.“ Wie groß ist nun dieses Vermögen nach dem 24 Guldenfuß, da es aus den im §. 88. angeführten Tabellen bekannt ist, daß 1 Pfund Sterling in unserm Gelde 11 fl. 17 kr. beträgt?

# Verzeichniß einiger Druckfehler.

| Seite | Zeile | anstatt | lese man |
|---|---|---|---|
| 3 | 2 | primitive höhere Einheit | primitive, höhere Einheit |
| 4 | 23 | Methesis | Mathesis |
| 33 | 3 | 3 > 6 | 8 > 6 |
| 47 bey IV. | 15 | starben zu Wien | starben in der Hauptstadt Wien und in dem übrigen Erzherzogthume Oestreich unter der Enns |
| 80 | 2 | Mutkiplicator | Multiplicator |
| 104 bey 2) | 16 | man schreibe als Quotienten | man schreibe 2 als Quotienten |
| 113 | 10 | in den §§. 69 712 | in den §§. 69, 71. |
| 123 bey c) | 29 | (die Ruthe im Duodecimalmaaße) | (die Ruthe im Decimalmaaße) |
| 144 bey 3) | 22 | ein neues Frankenstücke | ein neues Frankenstück |

Bey dem Verleger dieses sind auch folgende Bücher zu haben:

Abhandlung, rechtliche und geschichtliche, über das Zehendwesen, nebst Vorschlägen zur vortheilhaften Reformation und gemeinnützl. Umänderung der Zehnden. 2 Thl. 8. 1809. 2 fl.

Abhandlung, umständliche, über die Frohndienste und deren Schädlichkeit; nebst Vorschlägen zur gänzlichen Aufhebung der Frohnen. 8. 1809. 1 fl.

Abhandlung, umständliche, von der Schädlichkeit des Laudemialwesens und der Gütergebundenheit; dann ausführliche Darstellung der großen Vortheile, welche dagegen die Ungebundenheit und das alleinige Eigenthum beym Güterbesitze gewährt; nebst detaillirten praktischen Vorschlägen, wie letzteres zweckmäßig bewerkstelliget, u. alles Laudemialwesen u. getheilte Grundeigenthum zu allseitigem Nutzen umgeändert, und gänzlich aufgehoben werden könnte. 3 Bde, 8. 1809. 3 fl.

Ammann, J. A. Vortheilhafte und nützliche Behandlung der Baurengüter im Allgöw, oder die Consolidation, Arrondirung oder Vereinödung. 8. 1806. 15 kr.

Bemerkungen, umständliche, über die Besteuerung der geistlichen und weltlichen Staatsdiener und über ihren Beyzug zur Kriegslasten- und Gemeindskösten-Konkurrenz. Verfaßt von einem quieszirenden Beamten. 8. 1810. 24 kr.

Bundschue, Joh. v. Gott, Anleitung zur Begründung des Reesischen Ansatzes in der Lehre der geometrischen Proportionen, und zur Anwendung desselben auf die im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfälle. 8. 1812. 45 kr.

Büchlein, das, von bewährten Hausmitteln. Sowohl in Krankheiten, als andern häuslichen Vorfällen dienlich. 8. 1807. 12 kr.

Dahlweiner, J. Tabellarische Berechnungen für alle nur möglich vorkommenden Frucht-Preise, woraus jeder Geldbetrag für alle Frucht-Gattungen im Münchner-Maß von ein Achtel Sechzehentel angefangen, bis auf 3000 Schäffel bequem erhoben werden kann. Zum allgemeinen und nützlichen Gebrauch vorzüglich für Kammeral- Oekonomie- Rechnungs- Stiftungs- und Kommunal-Beamte, dann für den Gewerb- Bürger- und Bauernstand. 8. 30 kr.

Domergue, U. Abhandlung über die Richtigkeit und Schönheit der franz. Aussprache und des Lesens. Als Zugabe zu den neuesten franz. Sprachlehren für die Deutschen, übersetzt von M. Joh. Lang. gr. 8 1808. 36 kr.

Edikt über das Gemeindewesen im Königreich Baiern vom 24. Sept. 1808. 4. 8 kr.

Erster genereller Lehr-Cursus der Erdbeschreibung. Ein Handbuch zur Erläuterung des Heusingerschen Handatlasses über alle bekannte Länder des Erdbodens, zunächst für die Studienschulen des Königreichs Baiern. 8. 1812. 20 kr.

Kammeralist, der neue, ein Buch für Jedermann, vom Staatsmann bis zum Bauern. 8. 7 Hefte. 1811. 7 fl.

Kunstbüchlein, das neue, woraus man allerley Verwandlungen

Festmachen, Geistercitiren, Wahrsagen, leuchtende Schriften machen, vielerley Kartenkünste und andere kuriöse Dinge ohne sonderliche Mühe erlernen kann. 8. 1807. 24 kr.

Messe, die heilige, an allen Sonn- und Feyertagen des Jahrs, aus dem Latein ins Deutsche übersetzt mit den nöthigsten Beicht- Kommunion- und andern Gebeten. 8. Neue Auflage. 1 fl.

Tabellen, genau ausgerechnete über den in ganz Baiern allgemein eingeführten Malz-, Branntwein- und Fleischaufschlag. Zum sehr bequemen Gebrauch für kön. baier. Oberaufschläger, Metzger, Bräuer, Wirthe, Köche und alle, welche der Fleischaufschlag interessirt. Verfaßt von dem Herausgeber des neuen Kammeralisten. 8. 1809. 8 kr.

Tabellen, sechszehn genau berechnete, worinn augenblicklich zu ersehen ist, was der Häller, Kreutzer und Gulden, immer bis auf 3000 fl. aufsteigend im Kapitals-Anschlage zu 1, 2, 2 1/2, 3, 3 1/3, 3 1/2, 4, 4 1/2, 5, 5 1/2, 6, 6 2/3, 7, 8, 9 u. 10 Proz. werth ist. Zur Erleichterung der Geschäfte für Rechnungsführer und Andere, welche im Rechnen nicht geübt sind. 8. 1808. 9 kr.

Ueber das Steuerwesen: vorzüglich über die einzig rechtliche, zugleich allerleichteste u. ewig dauernde Grundbesteuerung; dann auch über Verfassung neuer Grundbücher. 8. 1809. 1 fl.

Wagenseil, C. J. Addreßkalender oder Taschenbuch des Illerkreises. 1r Jahrg. 1809. 8. geb. 1 fl.

Dasselbe 2r Jahrg. 1810. geb. 1 fl.

—— 3r Jahrg. 1811. geb. mit 1 Kupfer. 1 fl. 30 kr.

—— 4r und 5r Jahrg. 1812 und 1813. 2 fl.

Weißegger, J. M. Historische Gemählde oder biographische Schilderungen aller Herrscher und Prinzen des durchlauchtigsten Erzhauses Habsburg Oesterreich, von Rudolph I. bis Maria Theresia. 5 Bde. 8. 1804. 8 fl.

Wunderbüchlein, das, oder Nachrichten von blauen Feuern, Irrwischen, Blut- Schwefel- und Froschregen, Todespropheten, Kometen, Wünschelruthen und andern merkwürdigen Dingen. Zur Belehrung gegen den Aberglauben. 8. 24 kr.

Zinsrechner, der neue und accurate, worinn nach dreyßigerley Prozenten die Zinsen von 1 kr. angefangen bis auf 100,000 fl. steigend, nicht nur auf Jahre, sondern auch auf Monate, Wochen und Tage aufs genaueste ausgerechnet zu finden sind. Diesem sind beygefügt: Reduktionen des franz. Geldes auf Konventionsgeld nach rhein. Währung, dann ausgerechnete Tabellen über die neue französische ganze, halbe und viertel Thaler, über die Mayländer-, Kronen-, Konventions- u. preuß. Thaler; und endlich Besoldungs-, Liedlohns- und Bestands-Tabellen von 1 fl. bis 1000 fl. auf Monate, Wochen und Tage pünktlichst berechnet. Ein Handbüchel für Kammeralisten, Stadt- und Landbeamte, Kassier, Rechnungsrevisoren und Justifikanten, Stiftungs-, Kirchen- und Waisenpfleger, und alle, die sich mit Zinsrechnungen u. Kassenverwaltungen abzugeben haben. Verfaßt von dem Herausgeber des neuen Kammeralisten. 8. 1809. 30 kr.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bundschue, Johann von Gott, 1784-1851

Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte

Bd.: 1

Kempten 1813

Bibl.Mont. 3651-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10723354-0